n.V.

OS 694 n.V.

Zur

k. Landwirthsch- u. Gewerbsch.

in Straubing 1843/44

64

Versuch
eines
geometrischen
Augenmaasses
oder
Sammlung
einiger
geometrischen Aufgaben,
die sowol
bei geographischen
und topographischen Vermessungen
ganzer Länder und Provinzen,
als auch
bei kleinen Situationen
angewendet werden können.

Von
S. S. v. L . . .
R. K. J. G. M.

Nisi vtile est, quod facimus, stulta est gloria.
Phaedr.

Mit XI. Kupfertafeln.

Riga,
bei Johann Fridrich Hartknoch.
1785.

134 236 351

Staatl. Bibliothek Passau

Einleitung.

Die Hauptabsicht, warum man diese Bogen dem Drucke übergeben, ist den Liebhabern der practischen Geometrie einige durch wiederholte Erfarungen erprobte Vorteile und Erleichterungen bekannter zu machen, als sie es bisher gewesen sind. Hieher gehört unstreitig, daß man, ohne vieles Messen mit der Kette, die Lage eines jeden Puncts in Absicht anderer bekannten Puncte, und desselben Entfernung von jenen genau und in kurzer Zeit bestimmen könne. Die meisten der folgenden Aufgaben zeigen daher, wie man blos durch Messung einiger Winkel, Standpuncte und Entfernungen finden könne, die, wenn man sie nach der sonst üblichen Art messen wollte, nicht anders als mit vieler Beschwerlichkeit und Zeitverlust anzugeben wären. Wollte man z. B. zu den bereits festgestellten Puncten

Tab. I. fig. 1. A, B und C annnoch den Punct D, nach der gewöhnlichen Art finden, so müßte man erstlich dahin, um allda eine sehr lange Stange oder Balken, an dessen Spitze ein weit zu sehendes Zeichen befestiget worden, aufzurichten; dann müßte man wieder zurück, um von den Puncten A und B die Winkel zu messen, deren Schenkel den Punct D durchschneiden. Also war man genöthigt, das ganze Dreieck ABD zu umgehen, dessen jede Seite ganze Meilen betragen konnte. Ward nun dies noch gar durch sich nur zu oft ereignende Hindernisse erschwert, so reichte oft kaum ein ganzer Tag zur geometrischen Bestimmung des einzigen Punctes D zu. Dieser mühsamen Arbeit kann man aber enthoben seyn, wenn man, nach Anweisung der folgenden Aufgaben, aus dem Puncte D, (welchen man zufälliger Weise, während dem Herumreiten gefunden und zu seiner Arbeit nützlich und dienlich erachtet, um z. E. nach der 15ten Aufgabe mehrere Gegenstände anzubinden,) zwey aneinander liegende Winkel mißt, die man zu Hause aufträgt. In diesem Falle wäre es der Winkel ADB und BDC. Will

man

man aber aus zweien gefundenen Standpuncten als hier Fig. 1. D und Q neue Gegenstände anbinden oder feststellen: so versteht es sich von selbst, daß man alsdann so viele Winkel in jedem Puncte zu messen hat als neue Gegenstände hinzukommen sollen, damit die Visirlinien sich in den zu suchenden Puncten schneiden. Doch findet diese leichte Operation ohne Rechnung nur bei nicht zu großen Entfernungen statt; betragen diese aber mehrere Meilen, oder will man ein Gerippe zu einem Grundriß einer großen Gegend oder ganzen Provinz machen, um Hauptpuncte an einander zu binden, zwischen welche man das übrige ohne Rechnung hineinträgt; so muß man seine Zuflucht zu trigonometrischen Berechnungen nehmen und sich die Mühe nicht verdrießen lassen. Doch wird hiebei ein sehr richtiges Astrolabium vorausgesetzt, welches wenigstens die einzelnen Minuten untrüglich anzeiget, sollte es auch nur ein Quadrant seyn, dergleichen die Branderſche Officin in Augsburg liefert, welcher wir den vortreflichen amphidioptrischen Goniometer und Spiegelsextant zu danken haben.

Ohne mich in weitläuftige Untersuchungen anderer Meßarten einzulassen, muß ich doch noch einer derselben erwähnen. Man fället, von einer angenommenen Magistrallinie, senkrechte Linien (zuweilen ohne Instrument) nach den zu verzeichnenden Objecten. Was gewinnt man durch diese Perpendikularen, wenn sie nicht durch andere Visirlinien oder durch ebendergleichen Perpendikel, von andern Magistralen, durchschnitten werden? Wollte man diese senkrecht gestelten Linien alle gleichfals abschreiten, wie beschwerlich und langwierig würde das nicht seyn? Wie viele Hindernisse fallen nicht unterwegs vor, da man nicht grade zu gehen kann? Wie leicht kann man nicht wärend dem Schreiten aus der graden Linie rücken? Wie ungleich sind nicht die Messungen nach Schritten, zumal wenn man Berg auf und nieder zu gehen hat? Ueberdem kann es sich auch öfters zutragen, daß ein Wald, ein Berg ꝛc. die Fällung einer solchen senkrechten Linie gar nicht erlaubt.

Jene beschwerliche Messungsarten mit Instrumenten haben vielleicht manchen abgeschreckt,

schreckt, und auf die Gedanken gebracht, durch Malereien nach dem Augenmaaße dasselbe leisten, und den Namen eines geschickten Ingenieurs erlangen zu können. Welches leztere auch einigen, wenigstens ihrer Meinung nach, gelungen seyn mag. Es ist auch nicht zu läugnen, daß es manche Feldingenieurs, durch Uebung im Augenmaaße, so weit gebracht haben, daß sie etwas der Natur ähnliches hinzeichnen können. Vergleichet man aber dergleichen Risse, die verschiedene von einer und derselben Gegend gemacht haben: so findet man, daß sie selbst nichts ähnliches mit einander haben, zu geschweigen, daß selbige geometrisch zu reden, einander decken sollten. Was gewinnt man dadurch, daß man z. B. von einer Anhöhe die zunächst herumliegende Gegend abzeichnet *)? Ists wol möglich mehrere dergleichen

*) Ich habe es mit angesehen, daß ein Ingenieur den, auf Oehlpapier zu formirenden, Grundriß, wärend der Abzeichnnng einer, nach den Augenmaaße aufgenommenen, Gegend, der immer aufs neue entdeckten Mängel halber, mit dem Schwam überfuhr, und so lange änderte, bis seine Vor-

chen Verzeichnungen so richtig zusammen zu setzen, daß daraus eine nur mittelmäßig zuverläßige Karte entstehe? Hiezu ist schlechterdings die Meßkunst erforderlich. Weil es sich aber öfters zutragen kann, daß man wegen Mangel der Zeit, oder anderer Umstände halber, nicht so geometrisch scharf verfahren kann, wie man wol wünschte: so muß man freilich zu andern Hülfsmitteln seine Zuflucht nehmen. Und hier würde es sehr vortheilhaft seyn, daß man, nach vorhergegangener Abzeichnung der zunächst gelegenen Gegend *), (welches gewöhnlich zu Pferde geschieht) mit einem bequemen Gradeninstrumente, von einem Quadranten oder halben Cirkel, nachdem man vom Pferde gestie-

Vorstellung nirgend mehr in der Natur anzutreffen war, so sehr er auch von der Richtigkeit seines coup d'oeil Militaire überzeugt zu seyn glaubte.

*) Nicht aber der entferntern, weil alsdann Berge und Hügel die hintenliegende Gegenstände decken, so daß man selbige im Grundrisse sich ganz anders vorstellt, als sie würklich sind. Ein und derselbe Berg scheint von verschiedenen Gegenden betrachtet, bald rund bald eckigt zu seyn.

gestiegen, auf derselben Stelle ein paar Winkel mäße, um seinen Standpunct nach der richtigen lage zu Hause auftragen, und den Grundriß also in Ordnung bringen zu können.

Sollte es nicht möglich seyn, eine Art von Stativ verfertigen zu lassen, welches bequem zusammen zu legen, am Sattelknopf zu befestigen, und auf welches ein mit vier Diooptern versehenes Astrolabium zu stellen wäre, um von einem dazu abgerichtetem stillstehenden Pferde alle spitzige Winkel zu messen? Die stumpfen könnte man in zwei spitzige theilen. Das Messen zweier Winkel aus einem Stande erfordert gewiß wenig Zeit, wenn nur das Werkzeug bequem eingerichtet ist, der daraus entstehende Vortheil aber ist groß und belohnet die angewandte Mühe mit reichlichem Maaße *).

*) Ich kann nicht umhin allhier das von dem zu St. Petersburg wohnenden Mechanico Morgan verfertigte kleine Astrolabium zu empfelen. Es ist ein ganzer Cirkel, hat 2 bewegliche und 2 unbewegliche Dioptern und in der Mitte eine Boussole. Die Grade werden durch einen Nonius oder Vernier in sechstel Teile, oder von 10 zu 10 Minu=

Sollten gegenwärtige Aufgaben den Weg zu einer bequemern und geschwindern Art Gegenden und länder nach den Regeln der Meßkunst aufzunehmen, und also richtige Karten zu formiren, erleichtern; so würde mir das Vergnügen darüber so angenehm seyn, wie mir der Genuß der Vortheile gewesen ist, den ich bei der practischen Ausübung derselben gehabt habe. Zwar sind einige dieser Aufgaben auch in andern Büchern zu finden; weil aber weder der ausgebreitete Nutzen derselben in der practischen Geometrie, noch die aus ihr hergeleiteten andern Aufgaben, noch die Verbesserung der entstehenden Fehler meines Wissens, nirgend (wie der leser in der Folge sehen kann) gezeiget worden, und endlich weil ich mich einer Beweisart bedienet, die etwas von andern abweichet:

Minuten, getheilet. Da dieß Instrument in einer Cylinderförmigen Büchse, in der Größe der Tobacksdosen, gesteckt, in der Tasche getragen und auf einen Stock, statt eines Stativs, geschroben werden kann: so ist es sehr bequem und von größerm Nutzen als der vom Hrn. F. C. Müller inventirte Gebrauch der Taschenuhren zu geometrischen Messungen.

chet: so hoffe ich, daß man dieselbe nicht für überflüßig halten wird. Noch bin ich dem Leser schuldig zu sagen, daß ich diesem Werkchen den Titel, geometrisches Augenmaaß, deswegen gegeben habe, weil es das Gegentheil von dem trügerischen coup d'oeil militaire seyn soll; indem hier hauptsächlich mit Winkelmeß-Instrumenten gemessen wird; da nehmlich das Auge, nicht mit einem hingeworfenen Blick schätzet, sondern vermöge eines geometrischen Werkzeuges visirend Winkel misset, aus welchen Triangel und aus diesen das Geripppe der ganzen Gegend entstehen, nachdem man eine oder ein paar Linien dieser Dreiecke mit dem Landesmaaße richtig abgemessen.

Aus dem bisher gesagtem und dem noch folgenden möchte es vielleichi scheinen, als wenn ich gar kein coup d'oeil militaire statuire. Versteht man unter demselben das was der Ritter Folard darunter verstanden, „nemlich die Kunst „die Beschaffenheit und verschiedenen Lagen eines „Landes, in welchem man Krieg führt oder noch „führen will, zu kennen; zu beurtheilen, ob „eine Gegend zum Lager oder Posten vortheilhaft

„oder

„oder nachtheilig sei und ob sie dem Feinde Vor„theil oder Schaden bringen könne *),„ so wird man leicht einsehen, daß von demselben hier die die Rede gar nicht sei. Das coup d'oeil militaire wird hier nur in soferne als unzuläßig und trügerisch verworfen, als man darunter die Fertigkeit versteht nach dem Augenmaaße, ohne Instrumente, einen Situationsplan aufzunehmen. Niemand wird sich überreden lassen zu glauben, daß irgend ein Sterblicher je diese Fertigkeit besessen habe.

*) Le coup d'oeil militaire est selon Mr. Folwid l'art de connoître la nature et les differentes situations de pais où l'on fait et où l'on veut porter la guerre; les avantages et les désavantages des camps et des postes que l'on veut occuper, comme ceux qui peuvent être favorables ou désavantageux à l'ennemi. Siehe Dictionnaire Encyclopedique Art. Coup, wo gezeigt wird, daß jene Fertigkeit, etwas nach dem Augenmaaße zu verzeichnen, in das Gebiet der Zeichenkunst und der Mahlerei gehört.

Erste Aufgabe.

§. 1.

Aus dem beliebigen Puncte D, von welchem man die, durch vorhergehende Messungen und Berechnungen bekanten, Puncte AB und C sehen kann, die Entfernungen AD, BD und CD trigonometrisch zu finden. Tab. I. Fig. 1.

Vorbereitung.

Man messe aus D die Winkel ADB und BDC, und ziehe, in Gedanken, um die Puncte A, B, D und B, C, D, Kreisbögen, deren Mittelpuncte hier E und F sind. Man berechne auch aus den drei bekannten Seiten AB, BC und AC den Winkel ABC [1]).

Erste

1) Um anzudeuten, daß dies geschehen solle, ist hier der Kreis HAKT gezogen, welcher uns die Differenz IC der beiden Seiten AB und BC und das Dreieck FKC giebt. BL ist der zur Berechnung nöthige Perpendikel. Daher AC : CH = FC : CK und BA : Sin. tot. = AL : Sin. ABL, ferner BC : Sin. tot. = LC : Sin. LBC und ABL + LBC = ABC.

Erste Auflösung und Beweis.

Da der Centerwinkel BFC das Doppelte des gemessenen Umkreiswinkels BDC ist: so kann man die sich gleichen Basiswinkel BCF und CBF finden, wenn man den Winkel BFC von 180° abzieht, und mit 2 dividiret, oder wenn man sich die senkrechte Linie PF auf BC gezogen vorstellet, da denn PFC = BDC und BCF sein Complement zu 90° ist. Man suche hierauf den Halbmesser BF, indem man schließet: Sin. BFC : BC = Sin. BCF : BF. Auf eben die Weise suche man den Halbmesser BE. Ist dies geschehen; so kennt man in dem Dreieck EBF zwei Seiten, zu welchen man den Winkel FBE bekommt, wenn man die bekannten Winkel ABE + FBC von dem schon berechneten ABC abzieht, um durch Hülfe dieser drei Sachen die übrigen zwei Winkel BFE und BEF zu finden. Wenn man nun betrachtet, daß BE = ED, BF = FD und EF = EF: so siehet man, daß das Dreieck BEF = △DEF. Da nun ∠ EFB = ∠ EFD halbe Centerwinkel sind, die zusammengenommen mit dem Winkel BCD auf einerlei Bogen BMD stehen: so ist der Winkel BFE = ∠ BCD

und

und aus gleichem Grunde BEF = BAD. Nunmehr kennet man also in dem Dreiecke BCD eine Seite BC, den gemessenen Winkel BDC und den eben gefundenen BCD und folglich durch Rechnung auch den dritten Winkel DBC; woraus man $DC = \frac{\text{Sin. DBC} \times \text{BC}}{\text{Sin. BDC}}$ finden kann. Durch eine gleiche Operation kann man in dem Triangel ABD die Seite AD und BD finden, nehmlich $AD = \frac{\text{AB} \times \text{Sin. ABD}}{\text{Sin ADB}}$ und $BD = \frac{\text{AB} \times \text{Sin. BAD}}{\text{Sin. ADB}}$ und also den gesuchten Punct D determiniren.

Zweite Auflösung und Beweis.

§. 3. Man stelle sich vor, daß um das Dreieck ADC ein Kreis gezogen sei. Tab. II. Fig. 6.

Im Triangel ABC sind drei Seiten nnd 3 Winkel bekannt. Man betrachte, daß der Winkel a = ∠ c und der Winkel b = ∠ f, weil sie auf einerlei Bögen AE und EC stehen. Man kennet also in dem Dreiecke AEC einer Seite AC und zwei Winkel c und f woraus man EC finden kann. Wenn man hierauf den bekannten Winkel BCA von dem gemessenen f abzieht, so

so bleibt der Winkel BCE übrig. Es sind also in dem Dreiecke EBC zwei Seiten BC und CE nebst dem dazwischen begriffenen Winkel BCE bekannt, wodurch man den Winkel m = x findet. Nun kann man auch DC bekommen, denn es ist der Formel $\frac{EC \times Sin.\ m}{Sin.\ a}$ gleich. Weil aber der Winkel m = x und n = y so ist auch DC der Formel $\frac{AC \times Sin.\ x}{Sin.\ a + b}$ gleich; welches zu einer Probe dienen kann und AD = $\frac{AC \times Sin.\ y}{Sin.\ a + b}$

Anmerkung.

Der Punct D kan 1) wie Fig. 1. einer Seite 2) einem Winkel (Fig 3.), 3) dreien in gerader Linie liegenden Puncten gegen über (Fig. 4.) oder auch 4) innerhalb einem bekannten Dreieck (Fig. 2.) liegen. Bisher ist nur der erste Fall betrachtet worden. Bei den nachfolgenden wird ein für allemal vorausgesetzt, daß man, aus den dreien bekannten Seiten, die Winkel schon berechnet habe.

Zweite Aufgabe.

Tab. I. Fig. 2. §. 3. Den Punct G (welcher innerhalb einem bekannten Dreiecke ABC liegt) von welchem man nach A, B, und C visiren kann, zu finden.

Vorbe-

Vorbereitung.

Man stelle das Instrument an den Ort, den man bestimmen will; man messe die Winkel BGC, CGA und AGB und stelle sich vor, daß um B, G und C, ferner um A, G und C und endlich um A, G und B Kreisbögen gezogen wären, deren Mittelpuncte hier F, D und E sind.

Erste Auflösung und Beweis.

Weil der gemessene Winkel BGC + BHC = 180°: so ist der Winkel BHC = 180° — ∠BGC. Nun kennet man in dem rechtwinklichten Dreieck BCH drei Sachen nehmlich BC, den Winkel BHC und den Winkel BCH = 90°; man kann also den Durchmesser BH finden, welcher der Formel $\frac{\text{Sin. tot. BCH} \times \text{BC}}{\text{Sin. BHC}}$ gleich, davon die Helfte = FC ist. Um auch den Halbmesser DC zu haben, suche man den Winkel ADC = 360° — 2AGC. Der Winkel DAC = ∠ACD = $\frac{180° - \text{ADC}}{2}$, DC ist also = $\frac{\text{Sin. DAC} \times \text{AC}}{\text{Sin. ADC}}$; da nun der Winkel FCB = 90°

 —∠FCH

— ∠ FCH = FHC, der Winkel BCA schon bekannt und der Winkel ACD so eben berechnet ist: so hat man in dem Dreiecke FCD drei bekannte Sachen, nehmlich den Halbmesser FC, den Halbmesser CD und den Winkel FCD, wodurch man den Winkel DFC = GBC, finden kann, weil der eine ein halber Centerwinkel, und der andere ein Umkreiswinkel des Bogens GC ist, der aus dem Centro F gezogen worden. Hiedurch bekömmt man in dem Dreieck BGC das dritte noch fehlende Stück nehmlich den Winkel GBC woraus man die Linie GC = $\frac{BC \times Sin.\, GBC}{Sin.\, BGC}$ und GB = $\frac{BC \times Sin.\, BCG}{Sin.\, BGC}$ berechnen kann. Nun kann man auch AG = $\frac{AB \times Sin.\, ABG}{Sin.\, AGB}$ finden, weil im Dreieck ABG eine Seite AB, ein gemessener Winkel AGB und eine berechnete Seite GB sind, aus welchen man den begehrten Punct G völlig determiniren kann.

Zweite Auflösung und Beweis.

Tab. II. Fig. 7. §. 4. Man stelle sich vor, daß um B, G, und C ein Kreis gezogen sei, und betrachte, daß

180° — ∠AGC = ∠u = ∠z; daß ferner der gemessene Winkel BGC — ∠u = ∠x = ∠y. Weil nun im Dreieck BEC drei bekannte Sachen, nehmlich eine Seite BC und zwei Winkel y und z, sind: so kann man die Linie $EC = \frac{BC \times Sin.\ z}{Sin.\ BEC}$ finden. Da also in dem Triangel ACE zwei Seiten AC und CE und der von ihnen eingeschlossene Winkel ACE = ACB + BCE bekannt sind: so läßt sich der Winkel f = ∠h, berechnen. Dieser nebst dem gemessenen Winkel BGC und der bekannten Linie BC geben alles was zur Berechnung von GC und GB erforderlich ist. GC ist nehmlich $= \frac{BC \times Sin.\ h}{Sin.\ x}$ und $GB = \frac{BC + Sin.\ GCB}{Sin.\ x}$ Hat man GC, so ists leicht, in dem Dreieck GCA die Linie $GA = \frac{AB \times Sin.\ ABG}{Sin.\ AGB}$ zu finden.

Dritte Aufgabe.

§. 5. Den Punct D, welcher einem Winkel ABC des bekannten Dreiecks ABC gegen über liegt, zu bestimmen. Tab. I. Fig. 3.

 Vor=

Vorbereitung.

Man messe aus dem Puncte D die Winkel ADB und BDC und denke sich um den Puncten A, B und D ingleichen um D, B, und C Kreise, deren Mittelpuncte hier E und F sind. Diese Kreise lassen sich aus den gemessenen Winkeln auch würklich beschreiben, wie unten §. 14. gelehret werden soll.

Erste Auflösung und Beweis.

Weil das Doppelte des Winkels ADB den Centerwinkel AEB gleich ist: so kann man den Halbmesser EB finden und weil dasselbe von dem Winkel BDC und BFC gilt: so kann auch die Seite BF gefunden werden. Wenn man hierauf die eben berechneten Winkel ABE + CBF nebst dem bekannten Winkel ABC von 360° abzieht: so hat man an der Differenz EBF, und den beiden gefundenen Halbmessern EB und BF, die, zur Berechnnng des Dreiecks EBF, benöthigten Stücke. Nachdem man den Winkel BEF = ∠BAD gefunden: so kennet man im Dreiecke ABD eine Seite AB und zwei Winkel ADB und DAB, aus welchen die Seiten AD und

BD berechnet werden können. Dasselbe gilt auch von dem Dreiecke BCD, mit welchem man eben so verfahren muß, um durch die Linie DC auch den Punct D zu bestimmen, weil der ∠BFE = ∠BCD ist

Zweite Auflösung.

§. 6. Man nehme an, daß um A, C und D ein Kreis gezogen sei, und erwäge, daß, weil der gemessene Winkel a = ∠f und der Winkel b = g der Winkel AEC = 180° — ∠g — ∠f und daher die Linie EC zu finden sei. Da nun der Winkel f und ∠ACB bekannt: so hat man in dem Dreieck ECB drei Sachen, nehmlich zwei Seiten EC und BC und den eingeschlossenen Winkel ECB, wodurch der Winkel BEC = ∠DAC gefunden wird. Im Dreieck ACD kennet man also eine Seite AC, zwei Winkel CAD und ADC aus welchen die Seiten AD und DC zu berechnen sind. Auch ist ∠AED = ∠AEC und ∠BEC = ∠ACD. Tab. II. Fig. 8.

Vierte Aufgabe.

§. 7. Den Punct D zu finden, welcher dreien sichtbaren, in gerader Linie liegenden Tab. I. Fig. 4.

genden Gegenständen A, B und deren Entfernungen AB und BC bekannt sind, gegen über liegt.

Vorbereitung.

Man ziehe in Gedanken um D, A und B wie auch um D, B und C Kreise deren Mittelpuncte hier E und F sind, nachdem man die Winkel ADB und BDC im Felde gemessen hat.

Erste Auflösung und Beweis.

Durch Verdoppelung des Umkreiswinkels ADB bekömmt man den Centerwinkel AEB und durch Rechnung im Dreieck AEB die übrigen Winkel und den Halbmesser BE. Dasselbe gilt auch von dem Peripheriewinkel BDC, vom Mittelpunctswinkel BFC und von dem Halbmesser BF. Wenn man hierauf die schon bekannten Winkel ABE und CBF von 180° abzieht; so giebt die Differenz den Winkel EBF, der noch fehlte, um in dem Dreiecke EBF die Winkel a und b kennen zu lernen. Hat man diese gefunden; so kennt man in dem Dreieck DBC zwei Winkel BDC und a und eine Seite BC, und im Dreieck DAB auch

zwei

zwei Winkel nehmlich ADF und b, (denn ∠b am Mittelpuncte ist ∠b am Umkreise gleich) auch kennt man eine Seite AB, woraus man denn die Seiten AD, BD und CD berechnen und dadurch den verlangten Punct D bestimmen kann.

Zweite Auflösung.

§. 8. Wenn um D, A und C ein Kreis gezogen wäre, so wäre der Winkel g = ∠g und der Winkel f = ∠f. In dem Dreieck AEC sind also eine Seite AC und zwei Winkel g und f bekannt, welche die Seiten AE und EC geben. Weil nun hierdurch im Dreieck BAE zwei Seiten, AB und AE, wie auch der, von ihnen eingeschlossene, Winkel g bekannt geworden: so kann man den Winkel AEB = ACD finden, um durch Hülfe desselben und des Winkels g, imgleichen der Seite BC, die Linie CD und BD zu berechnen. Hat man BD, so wird auch die Linie AD zu finden, mithin der gesuchte Punct D bestimmt seyn, weil noch überdem der Winkel AEC — ∠AEB = ∠BEC = DAC. Tab. II. Fig. 9.

Anmerkung.

Nachdem wir gesehen haben, wie die Standpuncte, in den vier Fällen durch Hülfe der Trigonometrie, auf zweierlei Art zu finden sind, so wollen wir in dem Folgenden zeigen, wie, entweder blos durchs Auftragen der Winkel mit dem Transporteur, oder gleich im Felde, auf dem Meßtische, der begehrte Standpunct könne gefunden werden.

Fünfte Aufgabe.

§. 9. Den Punct D, (S. erste Aufgabe Tab. I. Fig. 1.) ohne Rechnung zu finden und zwar:

I. Mit dem Transporteur zu Hause, nachdem die Winkel im Felde gemessen worden.

Auflösung und Beweis.

Tab. III. Fig. 10. In dieser Figur ist ABC das bekannte Dreieck. Man ziehe die linie BE nach Gutdünken, wie man etwa glaubt, daß BD (Fig. 1.) zu liegen komme, und trage aus einem beliebigen Punct E auf derselben, zu beiden Seiten die im Felde gemessenen Winkel, hier BEL und BEK. Mit EL ziehe man von dem Punct A eine Parallele AO und mit EK desgleichen von dem Punct C die Parallele CH, wodurch die Drei-

ecke

ecke ABI und BCH entstehen. Man beschreibe hierauf um das Dreieck ABF, aus dem gesuchten Mittelpuncte G, und um das Dreieck BCH, aus dem Centro F, Kreise, von welchen der erste hier ABYIDNL und der andere BCMHDZ heißt, welche sich in D schneiden werden, wo der wahre Punct ist, den man suchte.

Um sich hievon auch durch eine Probe zu überzeugen, ziehe man aus dem Mittelpunet S über A, C und O einen Kreis unb betrachte, daß der Winkel LEB = ∠ HIB und ∠ BEK = ∠ IHO; (Construction) ferner daß der Winkel HIO + IHO = ∠ IOC und folglich die beiden im Felde gemessenen Winkel nemlich LEB und BEK, jezt zusammen den Winkel IOC = ∠ ADC formiren. Da nun der Winkel HIO = dem Vertikalwinkel AIB = ADB (die beiden leztern stehen auf einerlei Bogen AB) und ∠ BHC = BDC, überdem ∠ AOC = ∠ ADC, weil der halbe Bogen AC ihr Maaß; so ist nicht nur die Summe der obenbenannten, im Felde gemessenen, Winkel aus O, sondern auch jeder insbesondere aus I und H nach D versezt worden. Folglich hat der Kreis ACO auch den gesuchten

Punct D durchschneiden und also zur Probe dienen müssen.

I. Zusatz.

§. 10. Wenn der zu findende Punct D dem Kreise der über die Puncte A, B und C, des bekannten Dreiecks, aus dem Mittelpuncte T, gezogen ist, zu nahe, oder gar in ihn tritt; so kann im leztern Falle der gesuchte Punct D auf jeden Punct dieses Bogens, nach Belieben, versezt werden, ohne daß die gemessenen Winkel dadurch verändert würden. Man sehe U. V. W.

Um aber dennoch die wahre Lage des Puncts D zu finden, muß man einen bekannten vierteu Gegenstand P haben (der nicht in dem Kreise VUABCPW liegt und dessen Lage gegen A und C bereits bekannt ist) auf den man visiren kann. Mit dem im Felde gemessenen Winkel KEq verfahre man wie mit den Winkeln AEB und BEK. Man ziehe nehmlich aus P mit Eq eine Parallele, diese wird die Linie CH in der Verlängerung R durchschneiden. Um C, P und R ziehe man aus Q einen Kreis, der gleichfalls durch D gehen

gehen muß, weil der Winkel KEq = ∠ CRP = ∠ CDP.

II. Zusatz.

§. 11. Der Winkel ADB = ∠ AEO = ∠ OEB. Wenn man diese Anzahl Graden und Minuten verdoppelt von 180° abzieht und den Rest mit 2 dividiret: so hat man den Winkel BAE = ∠ ABE, welche man beiderseits in A und B auftragen kann. Ihre Schenkel werden sich in E schneiden und dadurch den Mittelpunct des Kreises ABND geben [2]). Zur Probe kann man AB in O in zwei gleiche Theile theilen und eine senkrechte Linie OE herablassen welche in E zutreffen muß, wenn man in Abtragung der Winkel, nicht gefehlt hat. Tab. I. Fig. I.

Auf

2) Man kann sich auch der von **Clairaut** (in seinen Anfangsgründen der Geometrie) gegebenen Aufgabe „**einen Cirkelabschnitt, der eines gewissen Winkels fähig ist, zu beschreiben**„ bedienen, und ihr zufolge auch die bekannte Seite BC (S. Tab. I. Fig. I.) den gemessenen Winkel BDC in B und C tragen, alsdenn auf die Tangenten Bx und Cx einen Perpendikel BF und CF fällen, welche sich auch in F schneiden und also den Mittelpunct anzeigen werden.

Auf eine gleiche Weise kann man den Mittelpunct F des andern Kreises finden und eben die Probe durch den Perpendikel PF machen. Nachdem man hierauf die beiden Kreise gezogen: so wird man da, wo sie sich schneiden, (hier in D) den begehrten Punct haben.

§. 17. So sehr dies alles auch der Theorie gemäß ist: so sind doch Ursachen vorhanden, die §. 14. gegebene Auflösung, diesen beiden ebenangeführten vorzuziehen. Der Leser wird gesehen haben, daß sie nicht minder theoretisch ist als jene. Man stelle eine Vergleichung zwischen beiden an, um den Unterschied zu sehen. Bei den zwei leztern Tab. I. Fig. 1. muß man vier Winkel, bei der §. 14. Tab. III. Fig. 10. nur zwei abtragen; Fig. I. sind die Sehnen der Bögen AB und BC und die Halbmesser AE, EB, FB und FC kurz, und man kann daher in Abtragung der Winkel leicht fehlen; bei Fig. 10. hingegen, hat man mit langen Sehnen und Linien zu thun und statt 2 hat man 3 Puncte, um welche der Kreis gezogen werden soll, an welche man die gemessene Winkel, nach Graden und Minuten, antragen und über

dies

dies den Durchschnittspunct der zweien Kreise noch durch einen dritten Kreis probiren kann, welches bei Fig. I. gänzlich wegfällt.

III. Zusatz.

§. 12. Je näher der zu findende Punct D dem Umkreise desjenigen Kreises ist, der durch die Puncte AB und C gehet, desto kürzer wird die Weite zwischen den Mittelpuncten G und F = Nz = yM, welche die grösten Weiten der excentrischen Kreise sind, die sich in B und D schneiden. Weil aber der Durchschnitt daselbst sehr schräge und eben daher der eigentliche Schneidepunct D, schwer zu erkennen seyn würde: so müßte man in diesem Falle aus B auf GF die Perpendikularen Bx fällen, nachdem man GF in die Hälfte getheilet; dieselbe so lange verlängern bis Bx = xD den Punct D, der sich schräge schleifenden Bögen erreichte, wo denn der eigentliche Punct seyn würde. Hiezu kömmt noch, daß, wenn die Puncte G und F nicht zu nahe an einander sind, so daß die Linie GF sich richtig bis zu den Umkreisen NzyM verlängern läßt, die Linie BN = ND, Tab. III. Fig. 10.

BZ

BZ=ZD, By=yD, BM=MD. Man kann mit dem Zirkel messen, ob diese Linien einander gleich sind, um dadurch die Probe zu machen.

Sechste Aufgabe.

§. 13. Den Punct D ohne Rechnung und zwar

II. mit dem Meßtisch im Felde zu finden, wo das Auftragen zu gleicher Zeit, während dem Messen, geschieht.

Auflösung.

Tab. III. Fig. 10. Nachdem der Meßtisch, auf dem zu suchenden Standpunct im Felde, horizontal gestellet und entweder nach Gutdünken oder (wenn man schon gleich anfangs den Compas gebraucht) nach der auf der Mensul gezeichneten Nordlinie ab orientirt worden: so setze man die Visirregel an den Punct A und drehe sie so lange an selbigem bis man durch die Dioptern den Gegenstand A erblicket. Hierauf ziehe man längst dem Diopternlineal, rückwärts zu sich, die Linie AIO; ein gleiches thue man bei dem Puncte B, um die Linie BH, und bei C, um CH zu

ha-

haben, wodurch die Dreiecke ABI nnd BCH entstehen, zu welchen man, wie oben bei §. 9. die Mittelpuncte G und F suchen muß. Nachdem man alsdann die Kreise ABYIDNL und BCMHDZ beschrieben; so wird man, da wo sie sich schneiden, den wahren Punct D haben.

I. Zusatz.

§. 14. Wenn man nun, den Standpunct D zu finden, das Meßtischlein nach dem Kompasse (hier nach der linie ab) gestellet; wenn ferner die aus den Puncten B und C nach dem Feldmeßlineal rückwärts zu sich gezogene linien, sich in H und die aus den Puncten A und B gezogenen, sich in F schneiden und also, nach obiger Anweisung (§. 20.) der wahre Punct D gefunden: so kann man zu gleicher Zeit erfahren wieviel die Magnetnadel im Puncte D, seitdem man von dem ersten Orte, wo man nach ihr die Magnetlinie ab gezogen, weg ist, abgewichen. Denn in dem Kreise BCMHDZ sind die Peripheriewinkel DBH und DCH einander gleich, weil der halbe Bogen DH ihr gemeinschaftliches Maaß ist. Desgleichen ist, in dem Tab. III. Fig. 10.

dem Cirkel BALNDIY der Winkel DAI = ∠DBI oder ∠DBH, folglich DAI = ∠DBI oder DBH und DBH = ∠DCH. Man hat also nur nöthig einen von diesen Winkeln zu messen, weil sie alle drei einander gleich sind, um zu sehen wie groß der Unterschied der Abweichung der Magnetnadel, in Ansehung voriger Standpuncte, sei.

Diese Betrachtung giebt uns folgende wichtige Vorteile: man kann [3])

1) den Fehler der Magnetnadel verbessern,

2) auf jeder Station die Abweichung derselben, von der wahren Mittagslinie, finden, wenn selbige nemlich vorher gehörigermaßen auf dem Meßtisch gezeichnet worden.

3) Kann die auf der Mensul gezogene Mittagslinie aller Orten (so weit nemlich die auf dem Meßtische aufgenommene Gegend reichet) nachdem man auf obenbeschriebene Art den Standpunct geometrisch

3) Vorausgesetzt, daß man die gehörige Genauigkeit und Schärfe beobachtet und gute Instrumente habe.

trisch gefunden, versezt werden, ohne daß man genötigt sei, sie erst mittelst Sonnenscheins zu suchen.

Diese leichte und natürliche Methode die unregelmäßige Abweichung der Magnetnadel zu finden und die daher entstehenden Feler zu verbessern, ist von vielen bisher vergeblich gesucht worden.

II. Zusatz.

§. 15. Jene Berichtigung der falschen Punctecte I, H, O, Fig. 10. und in den noch folgenden, muß um so mehr bemerkt werden, theils weil sie noch nirgendwo gelehret worden, theils weil in verschiedenen, noch neuerlich herausgekommenen Schriften vorgegeben wird [4]), daß der wahre Punct D, in der Mitte, des, durch das Zurückziehen der visirten linien entstande-

4) Man sehe L'art de lever les plans par Dupain de Montesson p. 137. bis 139. — Hogreve practische Anweisung zu topographischen Vermessungen p. 60. §. 57 bis 59. — Böhms Magazin für Ingenieurs und Artilleristen VI. Teil p. 86. §. 3. n. 7.

standenen Dreiecks (hier IHO) zu suchen sei. Der Leser hat bei der Fig. 10. Tab. III. bereits gesehen, daß der zu findende Punct D weit von dem erwähnten kleinen Dreiecke IHO entfernt seyn kann und er wird es durch die noch folgende auch bestätigt finden; außer in Tab. IIII. Fig. 13. wo er innerhalb dem Dreiecke IHO hinkömmt, welcher Punct D aber weder der Mittelpunct eines Kreises ist, der um das Dreieck IHO, noch auch desjenigen ist, der innerhalb demselben dergestalt gezogen werden kann, daß die Seiten ihn berühren.

III. Zusatz.

Tab. III. Fig. 10. u. 12. §. 16. Der Punct D, Fig. 10. oder d, Fig. 12. kann auch mechanisch gefunden werden. Man schneide von Papier, oder wenn das Dreieck nicht zu groß ist, von einem Kartenblatt ein Dreieck abc, welches die Puncte A, B, und C vollkommen geometrisch decket, und schiebe dasselbe so lange auf die, unbestimmt über die Mensul ausgezogene, Schenkel der im Felde gemessenen Winkel adb und bdc, bis jeder Scheitelpunct des ausgeschnittenen Drei-

ecks

ecks abc eine Linie berührt. Nur muß man wohl merken welcher Seite des großen Dreiecks im Felde, man gegenüber gestanden, damit man die mit ihm correspondirende Seite des ausgeschnittenen Dreiecks nicht falsch anlege: denn man kann es auf die Weise dreimal und wenn man es umkehrt wieder dreimal versetzen; welches jedesmal ganz andere Distanzen giebt als man verlangte. Wenn man sich dieser einfachen Methode bedient, so kann man den Branderschen [5]) dreifüßigen Stangenzirkel entbehren.

Anmerkung.

Der Leser wird schon von selbst vermuthet haben, daß in der praktischen Ausübung die Anzahl der Kreise und Linien, mit welchen des Beweises halber die 10te Fig. Tab. III. überzogen und daher etwas undeutlich zu übersehen ist, sich sehr vermindern könne. Alles beschränkt sich darauf, daß man von den Linien BE, HC, und AO nur so viel ausziehe, als zur deutlichen Formirung der Durchschnittspuncte I, O, und H nöthig ist.

5) S. **Branders** Beschreibung des neuen geometrischen Universalmeßtisches Fig. II Das doppelte Recipiangel, das in **Böhms** Magazin für Inge-

§. 17. Hier muß ich noch zeigen wie man geschwind und ohne das Papier zu beschädigen um drei gegebene Puncte einen Kreis beschreiben könne.

Man theile die Länge der Facette einer Visirregel in zwei gleiche Theile und bezeichne den Theilungspunct mit o. Von o an trage man zu beiden Seiten rechts und links so viele Zoll als es die Länge des Diopternlineals erlaubt. Jedem dieser Zölle theile man etwa in 50 Theile und bezeichne dieselbe so:

w. s. u. 200, 150, 100, 50, .o. 50, 100, 150, 200 u. s. w.

Mit diesem so eingetheilten Lineal verfährt man beim Gebrauch folgendermaßen: Man lege die eingetheilte Seite an die zu theilende Linie (z. B. an AC Fig. 10. Tab. III.) und zähle wie viel Thei-

Ingenieurs und Artilleristen Theil VIII. p. 375. fg. Fig. 6. fg. beschrieben wird, möchte wol wegen seiner Unbequemlichkeit und Schwere von wenigen gebraucht werden. Man sieht indessen, wie viele vergebliche Mühe man sich bisher gegeben hat, diese Aufgabe auf eine leichte Art, mit der Mensul geometrisch und mechanisch richtig, aufzulösen.

Theile sie messe (etwa 150) die Anzahl derselben dividire man durch 2 (75) und lege die Regel so an die Linie AC, daß das Ende derselben den fünf und siebenzigsten Strich berühre. Ist dieses geschehen: so wird man wahrnehmen, daß das andere Ende derselben Linie auch an dem correspondirenden fünf und siebenzigsten Theil anliege. Nun muß folglich o in der Mitte seyn. An o lege man ein rechtwinklichtes Dreieck oder Winkelhaken und ziehe die Perpendikulare. Wenn man eben so mit der andern Linie BC verfährt: so hat man ohne Zeitverlust den Punct wo sich die senkrechten Linien schneiden, d. h. man hat den Mittelpunct (T) aus welchem man einen Kreis (VUABCW) um drei gegebene Puncte (A, B und C) ziehen kann.

Man kann den Mittelpunct f zu dreien Puncten noch auf eine andere Weise finden, ohne vergebliche Linie und Bogendurchschnitte machen zu dürfen. Man stelle sich vor, daß um den drei gegebenen Puncten A, B und C schon ein Kreis gezogen sei, dessen Durchmesser BE ist. In B setze man den Zir- Tab. III. Fig. 11.

kel und führe einen Bogen c d, so daß die Linie AC ein Tangent desselben werde; (hat man aber auf dem Meßtische blos drei Puncte A, B und C, die nicht durch Linien zusammengezogen sind: so lege man das Lineal an A und C und ziehe in der Gegend, wo das Perpendikel vermuthlich hinkommen wird, eine kurze Linie, welche auch nach geschehener Ziehung des Bogens cd ein Tangent werden wird) man betrachte, daß das Dreieck BDA dem Dreiecke BCE ähnlich ist, weil der Winkel b = ∠ b und der Winkel BDA = ∠ BCE = 90° und daher BD : BA = BC : BE daß ferner, aus gleichem Grunde, das Dreieck BDC dem Dreieck BAE ähnlich und folglich auch BD : BC = BA : BE [6]). BE ist aber ein Durchmesser, den man nur halbiren darf, um den Halbmesser BF zu haben mit welchem man aus A und B durchschnitte in f macht und zur Probe aus B und C versucht, ob fC = fB = fA ist.

Sieben-

6) In Zahlen ist das Verhältniß hier so:
BD : BC = AB : BE oder BD : BA =
760 : 985 = 1950 : 2500 oder 760 : 1950 =
BC : BE
985 : 2500. Die Hälfte von BE ist also 1250.

Siebende Aufgabe.

§. 18. Den Punct D, welcher innerhalb einem bekannten Dreiecke ABC liegt, zu finden. (S. die zweite Aufgabe §. 4.).

Auflösung.

Man lege das Feldmeßlineal an den Punct C uud visire nach dem Gegenstand in Felde, der mit C correspondirt. Rückwärts ziehe man die Linie CO. Wenn man dasselbe bei den Puncten B und A thut und die Linien BI und AH ziehet: so entstehet das Dreieck OIH. Hierauf suche man zu den Puncten BI und C den Mittelpunct F und zu den Puncten AH und B das Centrum E um die Bögen BIC und BHA ziehen zu können; wo diese sich schneiden (hier in D) da ist der gesuchte Punct, auf dem die Mensul steht. — Wenn man über A, O und C einen Bogen aus T ziehet: so kann man dadurch eine Probe machen, denn er muß ebenfals durch D gehen. (S. §. 15.) Tab. IIII. Fig. 13.

Achte Aufgabe.

§. 19. Den Punct D, welcher einem Winkel eines bekannten Dreiecks gegen über Tab. IV. Fig. 14.

über liegt, zu finden. (S. die dritte Aufgabe §. 5.).

Auflösung.

Man lege die Visirregel an C und ziehe CH; an A und ziehe AO; an B und ziehe BH: so entstehet das Dreieck IOH. Hierauf suche man zu den Puncten H, B und C den Mittelpunct F und zu A, B und I das Centrum G. Man ziehe die erforderlichen Bögen um den gesuchten Durchschnittspunct derselben (D) zu haben. Zur Probe kann man (aus K) um A, O und C einen Bogen ziehen, der durch D gehen muß, wenn man richtig verfahren hat. (S. §. 15.)

Neunte Aufgabe.

Tab. IIII. Fig. 15. §. 20. Den Punct D, welcher dreien, in gerader Linie liegenden, Puncten 7) A, B und C gegenüber liegt, zu finden (S. die vierte Aufgabe §. 10.).

Auflösung.

Nachdem man den Meßtisch, wie bei den vorigen Operationen, entweder nach der Busso-

le,

7) Die etwa in einer gemessenen Magistrallinie liegen.

le, oder gar nicht, orientirt hat, lege man das Feldmeßlineal an A und ziehe AK; an B und ziehe BI und endlich an C und ziehe CI, wodurch ein Dreieck HIK formirt wird. Da nun von AB der Winkel AHB von BC der Winkel BIC und von AC der Winkel AKC entstehet; diese drei Winkel aber in einem Punct D zusammengezogen werden müssen, welcher der wahre Punct ist: so suche man zum Dreieck ABH den Mittelpunct E; zum Dreieck BIC der Mittelpunct F und zu KAC den Mittelpunct G. Aus allen diesen Mittelpunkten ziehe man Bögen und man wird sehen, daß sie sich in D schneiden.

§. 21. Man siehet leicht ein, daß es nicht nöthig ist, die Kreise vollends auszuziehen, weil man nur die Bogenstücke HD, KD und ID gebraucht, um den Durchschneidungspunct D zu finden.

§. 22. Es ist auch noch anzumerken, daß man sich hüten müsse, den zu findenden Punct D nicht der Verlängerung der Linie AC zu nahe oder wol gar in derselben zu nehmen. Wäre das, so müßte man durchaus seitwärts, aber

doch weder der benannten Linie noch deren Verlängerung zu nahe, noch einen bekannten und sichtbaren Gegenstand haben, um nach voriger Auflösung verfahren und seinen begehrten Standpunct finden zu können.

Anmerkung.

Bisher ist der Fall angenommen worden, daß man aus einem Standpuncte allein nach allen dreien Puncten des bekannten Dreiecks habe visiren können. Da es sich aber zutragen kann, daß man

Tab. II. Fig. 5. z. B. aus dem Puncte D zwar A und C aber nicht B, hinwiederum aus einem andern Stande E die Puncte B und C aber nicht A sehen kann: so ist es nöthig, daß dieser Fall, für jede der vorhergegangenen Fälle insbesondere bestimmt werde.

Zehnte Aufgabe.

Tab. II. Fig. 5. §. 23. Den Punct D, von welchem aus man nur zwei Gegenstände A und C des bekannten Dreiecks ABC sehen kann, durch Hülfe einer in der Verlängerung zwischen D und C gemessenen Linie DE, an deren Ende man B und C erblicket, trigonometrisch zu finden.

Vorbereitung.

Man messe den Winkel ADC und suche in der visirten linie DC einen Punct E, aus aus welchem man nach B und C visiren und den Winkel BEC messen kann. Zugleich messe man die länge der linie ED.

Auflösung und Beweis.

Es sey um A, C und D, desgleichen um B, C und E ein Kreis gezogen, ersterer aus dem Mittelpuncte G und letzterer aus H. Man bemerke, daß die Winkel CDF und CGF auf einerlei Sehne und Bogen stehen, daß folglich jener von diesem die Hälfte sei, weil CDF ein Umkreis und CGF ein Mittelpunctswinkel ist. Weil aber die linie GH senkrecht auf CF fällt, indem der Halbmesser GF = GC und HF = HC und dadurch den Winkel CGF und CHF jeden in zwei gleiche Teile teilet: so muß der Winkel a am Mittelpuucte den Winkel a am Umkreise gleich seyn. Es ist aber auch der Winkel CEF die Hälfte von CHF, und da HI den Winkel CHF in zwei gleiche Teile teilet: so muß CHI dem Winkel CEF gleich seyn. Da nun aber CHI nebst seinem Supplement b und

CEF

CEF nebst dem seinigen b nicht mehr als 180° betragen; so sind diese Supplemente und folglich der Winkel b dem Winkel b oder ∠CHG = ∠FED. Wir sehen also, daß in den Dreiecken GCH und DFE zwei Winkel zweien Winkeln und folglich der dritte dem dritten gleich, mithin beide Dreiecke einander ähnlich sind. Wenn man hierauf durch Hülfe des verdoppelten Winkels ADC den Basiswinkel $ACG = \frac{180° - AGC}{2}$ nebst dem Halbmesser $CG = \frac{\text{Sin. } CAG \times AC}{\text{Sin. } AGC.}$ und durch Hülfe des gleichfals duplirten Winkels BEC den Basiswinkel HCB und den Halbmesser HC gefunden hat; wenn man ferner die Summe der Winkel ACG + HCB von dem bekannten Winkel ACB abzieht: so hat man an der Differenz GCH und den berechneten Halbmessern CG und CH die zur Berechnung der übrigen Teile des Dreiecks GCH benötigten Stücke. Nachdem also GH gefunden; so schließe man: GH:HC = DE:EF und weiter GH:GC = ED:DF. Nun kennet man im gleichschenklichten Dreiecke GFD alle drei Seiten, mithin

den

den Winkel FGD, welcher nebst CGF und CGA von 360° abgezogen, den Winkel AGD giebt. Da die ihn einschließende Halbmesser AG und GD bekannt sind; so kann man AD bestimmen. Hierauf suche man aus den Halbmessern GC und GD und den eingeschlossenen Winkel CGD die Linie CD, und ziehe von derselben die Linie ED ab: so hat man in dem Dreiecke BEC die Seiten CE, BC und den Winkel BEC, wodurch die Linie EB zu berechnen, und also der begehrte Standpunct D so wol als E zu finden ist.

Eilfte Aufgabe.

§. 24. Den innerhalb einem bekannten Dreieck ABC liegenden Punct D, von welchem man zwar nach B und C aber nicht nach A visiren kann, zu finden. Tab. V. Fig. 19.

Auflösung.

Nachdem man (wie §. 23.) den Winkel BDE, die Linie DE und den Winkel AEC gemessen, betrachte man, daß der Winkel BDC den halben Bogen BKC zu seinem Maaß habe, daß folglich das doppelte desselben Winkels von 360° abgezogen, dem Winkel BGC gleich

sei.

sei. Es ist aber $\frac{180^\circ - BGC}{2} = \angle GCB =$ GBC. GC ist also gleich $\frac{BC \times Sin. GBC}{Sin. BGC}$. Eben so kann man den Halbmesser CH finden. Denn der gemessene Winkel AEC hat den halben Bogen CIA zu seinem Maaß. $360^\circ - \angle AIC = \angle AHC$. Der Halbmesser HC ist folglich $= \frac{AC \times Sin. HAC}{Sin. AHC}$. Im Dreieck HCG sind also zwei Seiten HC und GC wie auch der von ihnen eingeschlossene Winkel [8]) GCH bekannt, aus welchem man die Winkel a und b finden kann. Daß aber das Dreieck HCG dem Dreieck EFD ähnlich, und das übrige eben so wie §. 23. zu finden sei, sieht man leicht ein.

Zwölfte Aufgabe.

§. 25. Den Punct D, welcher dem Winkel C eines bekannten Dreiecks ACB gegen über liegt, und bei dem dieselben Hindernisse wie bei den vorigen statt finden, zu bestimmen.

Auf-

8) Man darf nur die berechneten Basiswinkel GCB + ACH zu dem, als bekannt vorausgesezten, Winkel BCA addiren.

Auflösung.

Weil die Vorbereitung und der Beweis bei dieser Figur derjenigen von §. 34 vollkommen ähnlich ist, und so viel als möglich dieselbigen Buchstaben zur Bezeichnung gebraucht worden, so dürfen wir nur den Leser dahin verweisen. Tab. V. Fig. 20.

Dreizehnte Aufgabe.

§. 26. Den Punct D, welcher dreien in gerader Linie liegenden Puncten A, C und B gegen über liegt, ungeachtet der vorigen Hindernisse, zu finden. Tab. V. Fig. 21.

Auflösung.

Was von der vorhergehenden gilt, paßt auch hier genau.

Vierzehnte Aufgabe.

§. 27. Den Punct D, welcher der Seite AC eines bekannten Dreiecks ABC gegenüber liegt, ingleichen den Punct E, zu welchen man erst vermittelst eines durch den Wald gemessenen Zickzacks kommen konnte, zu finden. Tab. V. Fig. 22. u. 23.

Auf-

Auflösung.

Nachdem man sein mit einem Meßkompaß versehenes Astrolabium in D gestellet: so messe man

1) den A. W.[9]) ADB den B. W. BDf, den B. W. sDi,[10]) den A. W. BDi und die Linie Di.
2) In i messe man den B. W. Din, den A. W. Did und die Linie id.
3) In d messe man den B. W. ndE, den A. W. idE und die Linie dE und endlich
4) messe man in E den B. W. dEs, den A. W. dEB, und den A. W. BEC.

Wenn man von i auf die verlängerte Nordlinie Ds eine Perpendicular is, von d auf die verlängerte sin die senkrechte Linie dc und von d auf Es den Perpendikel de fället: so entstehen so viele recht winklichte Dreiecke als gemessene Linien

9) A. W. bedeutet hier Astrolabiumswinkel, B. W. Bussolenwinkel.

10) Man mißt nehmlich nicht den stumpfen B. W. (hier fDi) sondern den spitzigen.

linien im Zickzack sind [11]). Da aber in jedem dieser Dreiecke eine Hypothenuse, ein rechter Winkel und ein gemessener spitziger B. W. bekannt sind [12]): so kann man den dritten, welcher ein spitziger Winkel ist, den Katheten und die Basis eines jeden Dreiecks berechnen. Man findet also die Grundlinie si, cd und de, wie auch die Katheten Ds, Ci und Ee. Weil aber alle diese senkrechten linien in alle verlängerte Nordlinien fallen und unter sich parallel laufen: so ist si + cd + de = fE und Ee + ci — Ds = DF. Im großen Dreieck DfE sind also ein rechter Winkel f und die ihn einschliessenden Seiten fD und fE bekannt, woraus man die spitzigen Winkel fDE und fED wie auch

11) Die auf die verlängerten Nordlinien gezogenen oder eingebildeten senkrechten Linien liegen immer richtig auf der Ost- und Westseite und alle diese gemessene Linien des Zickzacks sind in allen diesen Dreiecken fast immer Hypothenusen es sei denn, daß sie in deren Nordlinien oder derselben Perpendikel d. h. West und Ost, gerade hineinfielen.

12) Z. B. im Dreieck Dsi eine Hypothenuse Di, ein rechter Winkel Dsi und ein spitziger B. W. sDi.

auch die Hypothenuse DE berechnen kann. Addirt man hierauf zu dem berechneten Winkel fDE den gemessenen B. W. BDf: so hat man einen Winkel BDE an der Basis DE. Um aber den Winkel BED zu haben, ziehe man von der Summe des A. W. BED und des B. W. dEs 90° ab (hier fEs) und addire die Differenz fEB zu dem obengenannten Winkel fED. Man hat also zwei Basiswinkel BED und BDE und eine Seite DE im Dreieck DEB aus welchen man die Linien DB, EB und auch AD nebst EC berechnen und also die Puncte D und E bestimmen kann.

Funfzehnte Aufgabe.

Tab. VI. Fig. 24. §. 28. An die bekannten Puncte D und E welche der Seite AC eines bekannten Dreiecks ABC gegenüber liegen [13]) andere sichtbare Gegenstände f, g, h und i durch

13) Weil doch ein Fall genommen werden mußte: so hat man diesen genommen. Man kann auch dreien in gerader Linie liegenden Puncten, oder dem Winkel eines bekannten Dreiecks, gegenüber stehen und auf eben die Weise eine Gegend durch Anbindung visirter Puncte aufnehmen.

durch bloßes Winkelmessen, an die Standlinie DE sehen zu können, anzubinden.

Auflösung.

Nachdem man durch Messung der Winkel ADB und BDC den Punct D (siehe §. 1.) festgestellet, visire man nach f wie auch nach g, h, und i und messe die Winkel, welche die Richtung dieser Visirlinien bestimmen. Aus einem bequemen und gleichfals (nach §. 1.) bestimmten Puncte E, von welchem man nach allen den vorigen Puncten, außer nicht nach D, visiren kann, messe man die Winkel CEF, CEB, CEA, CEG, CEH, und CEi. Alsdann ziehe man von dem Winkel BAD den Winkel BAC ab. Von der Differenz DAC ziehe man den Winkel CAE ab, um vermittelst des Unterschiedes DAE und den bekannten Seiten DA und EA, welche den Winkel DAE einschließen, die Winkel ADE und DEA, wie auch die Basis DE zu finden. Wenn man auch den Winkel ADC von dem berechneten Winkel ADE abzieht und zur Differenz CDE den gemessenen Winkel fDC addirt: so hat man im Dreieck DfE einen Basiswinkel fDE. Ad-

dirt man ferner zu dem berechneten Winkel DEA den gemessenen Winkel AEB und BEf: so hat man einen zweiten Basiswinkel fED. Da aber DE schon bekannt ist, so wird man Df und fE berechnen und also den Punct f bestimmen können. Man addire zu dem Winkel ADg (= 360° — ∠ ADC — ∠ gDC) den Winkel ADE und ziehe die Summe von 360° ab an den Basiswinkel gDE zu haben. Weil der Winkel AEi — ∠ AED — ∠ gEh — ∠ hEi = ∠ DEg: so kann man Dg und Eg berechnen und also den Punct g bestimmen. Die Puncte h und i werden nunmehro gleicherweise bald zu finden seyn.

Diese festgelegten Puncte können zu neuen Objecten dienen, an welche man andre Gegenstände so anbindet, wie man diese an D und an E angebunden hat.

Sind die Gegenstände nicht zu weit von einander entfernt, dergestalt, daß man mit einer Mensul (nach §. 19.) die Puncte D und E finden kann: so ist nichts geschwinder gethan als die Puncte f, g, h, und i festzustellen. Unbekümmert von welchem Puncte aus, die von D

aus

aus visirten Linien Df, Dg ꝛc. durchschnitten werden könnten, mißt man so viele Winkel als man Gegenstände festlegen will und sucht hernach einen bequemen Punct (hier E) von dem die vorher visirten Gegenstände zu sehen sind, um die erst visirten Linien zu durchschneiden. Die Länge der Linie DE kömmt hier in gar keine Betrachtung.

Sechszehnte Aufgabe.

§. 29. Durch Hülfe der bekannten Linie AB und der gemessenen Winkel ACB, ACD, wie auch CDA und CDB, die visirten Linien AC, CD und DB und eine Diagonale DA trigonometrisch zu finden. Tab. IIII. Fig. 16.

Auflösung.

Nachdem man aus den Standpuncten C und D die schon genannten und auch die, durch das Visiren nach andern anzubindenden Gegenständen hier E, K, F und I, entstehende Winkel genau gemessen und aufgeschrieben: so nehme man die Linie CD etwa zu 1000 gleiche Theile an, und berechne hiernach auf gewöhnliche Weise die Linien AB, AC, BD und eine

von den Diagonalen AD oder BC. Man schließe hierauf: wie sich verhält die Linie AB nach dem berechneten willkührlichen Theilen zu ihrer gehörigen Länge: so verhalten sich alle andere Linien, nach ihren berechneten willkürlichen Theilen, zu ihrem wahren Maße an Faden und Schuhen.

Zusatz.

Den Liebhabern trigonometrischer Berechnungen will ich hier das Maaß der Winkel und die berechneten Linien hersetzen.

AB = 1733 Faden. Der Winkel ACD = 86° 5′. ∠ BCD = 42° 25′, ∠ BDC 77° 55′ ∠ ADC = 33° 43′.

Die Winkel welche durch das Visiren nach den festzulegenden Puncten E, K, F und I entstanden, sind ∠ ECD = 25.° 35′. ∠ DCK = 21°. 42′. ∠ DCF = 28°. 55. ∠ DCI = 79°. 50. ∠ CDE = 108°. 45′. ∠ CDK = 121°. 20′. ∠ CDI = 37°. 33′ und ∠ CDF 33° 25′.

An berechneten willkührlichen Theilen hält AD = 1149.69; AC = 639.67. BD = 781.50; AB = 802.64; CE = 1323.84;

ED

ED = 606.70; ID = 1108.50; IC 686.36; FD = 545.96; FC = 621.32; CK = 1420.39; und endlich DK = 614.86.

An wirklichen Theilen hält AD = 2482°. 3'.1" AC = 1381°.1'.2"; BD = 1687'. 3'.5"; CD = 2159°.1'.0". CE = 2858°. 3'.3"; ED = 1303°.4'.7"; ID = 2393°. 3'8; IC = 1448°.1'9"; FD = 1178°. 7'8". FC = 1342°.5'7"; CK = 3066°. 7'.9". DK = 1327°.5'.5".

Siebzehnte Aufgabe.

§. 30. Die vorige Aufgabe ohne Rechnung, bloß mit dem Meßtischlein, aufzulösen. Tab. IIII. Fig. 17.

Auflösung.

Statt zwei Stäbe oder große Pfäle in C und D aufzustellen, nehme man seine Standlinie in der Verlängerung zwischen zweien Bäumen oder andern hohen Gegenständen, als hier zwischen G und H. Hierauf stelle man

1) seine Mensul etwa in C und ziehe auf derselben [14]) eine lange Linie (die hier durch GH vorgestellet wird) auf welcher man den Punct C dergestalt annehmen muß, daß die visirten Linien CA und CF so lang als möglich werden, damit die aus der gehörigen Entfernung zu ziehenden Durchschneidungslinien selbige noch erreiche, um, wo möglich, die ganze Figur auf der Mensul zu haben [15]).

2) Man setze die Visirregel an die gezogene Linie GH und drehe das Tischlein so lange bis man rück = und vorwärts durch die Absehen die Gegenstände G und H erblickt.

3) Man schraube die Mensul sanfte fest, (nachdem sie durch Hülfe einer Libell wagrecht

14) Diese ganze Operation muß auf einem neu aufgezogenen Bogen Papier angestellet werden, wobei zu verfahren, wie unten §. 31. Tab. IIII. Fig. 18. gezeigt wird.

15) Sollte dieß demohngeachtet nicht geschehen können: so darf man darum nicht verlegen seyn. Man wird doch die benötigten Parallellinien ziehen können wie man in der Folge sehen wird.

recht gestellet) sowol an die Nuß als an das Stativ.

4) Durch die Diopteren visire man von dem auf der Linie GH angenommenen Punct C nach den beiden Gegenständen A und B und ziehe die Linien CA und CB anfänglich mit einem Zirkelfuße, nachher aber mit einem scharfen Bleistift, verlängert, über den ganzen Meßtisch aus.

5) Man visire nach denen nun anzubindenden Gegenständen, hier E, K, F, I und ziehe die Linien CE, CK, CF und CI.

6) In verhältnißmäßiger Weite suche man im Felde von C in der Verlängerung GH einen Punct D auf welchen das Tischlein, nach der auf demselben gezogenen Linie HG durch Zurückvisirung nach C, gestellet werden muß.

7) Nehme man auf dem Papier den Punct D in solcher Weite von C an, daß die entstehende Figur Raum genug habe.

8) Aus D visire man A, B, E, K, I und F um die vorigen Linien zu durchschneiden,

woraus denn die Figur ABEDKFIC entstehen wird.

9) Trage man nach demjenigen Maaßstabe der bei der vorigen Messung gebraucht worden, die Weite der Linien AB von B in l und verkleinere die ganze Figur nach diesem Maaßstabe wie folget:

Man ziehe aus l die Linie la parallel mit BD,
ferner ab — — AB,
ac — — AC,
und sehe zu ob cb — — CB, ist.

Welches zur Probe dient ob die Puncte ab richtig angedeutet worden. Um die andern festzulegenden Puncte E, K, I und F in der verkleinerten Figur zu haben ziehe man

ce parallel mit CE,
ck — — CK,
cf — — CF, und
ci — — CI,

wodurch die verkleinerte Figur a b e D k f i c entstehen wird, welche man an den vorigen Grundriß, von dem AB etwa eine Grenzlinie war, anbinden kann.

Anmer=

Anmerkung.

Folgende Aufgabe lehret wie die Puncte C und D in der Verlängerung mit den Gegenständen G und H im Felde gefunden werden können.

Achtzehnte Aufgabe.

§. 31. 1) Die Verlängerung zwischen zweien weit entfernten Puncten im Felde als A und C zu finden und 2) wofern die gefundenen Verlängerungspuncte (hier E und D) in die Seite eines bekannten Dreiecks ABC fallen, deren Entfernungen von den bekannten Gegenständen zu erfahren. Tab. IIII. Fig. 18.

Auflösung.

Man setze einen Meßstab in den beliebigen Punct 2 und lasse einen Gehülfen den andern Stab in 1 in grader Linie mit A und 2 stellen. Weil aber 1 von 2 aus betrachtet, nicht mit C in grader Linie steht: so lasse man 1 in den Punct 4 treten. Wenn alsdann 4 nach A visirt und wie natürlich 2 nicht in grader Linie mit A findet; so lasse man 2 in den Punct 3 vortreten. 3 lasse 4 in 5 sich stellen, und daß so lange fortsetzen, bis von 6 nach C zu stehen, D in grader Linie, und von D nach A zu sehen

6 wie-

6 wiederum in grader Linie stehe. Ist dieß geschehen: so hat man die verlangte Verlängerung gefunden. Welches das erste war.

Hat man solchergestalt in der Verlängerung AC zwei Puncte D und E in verhältnißmäßiger Weite von einander im Felde gefunden: so kann man auch leicht (wenn in dem Dreieck ABC alle drei Seiten bekannt sind) erfahren, wie weit besagte Puncte D und E von den äussern Enden der Linie AC entfernt sind. Man darf nemlich nur mit einem in Graden und Minuten eingetheilten Instrumente die Winkel BDC und BEA messen um DC und AE zu erfahren, (dieß kann trigonometrisch berechnet oder mit einem Transporteur aufgetragen werden) arbeitet man aber mit einem Meßtische, auf welchem das Bekannte schon verzeichnet ist; so darf man nur, nachdem das Feldmeßlineal an die Linie AC des bekannten Dreiecks gelegt und die Mensul so lange gedreht ist, bis man durch die Absehen beiderseits die Gegenstände A und C erblickt, die Regel auf dem (horizontal gestellten und festgeschrobenen) Tische um den Punct B so lange drehen, bis man den

Gegen-

Gegenstand B ersiehet. Wenn man hierauf mit dem Zirkelfuß scharf am Lineal, im ersten Fall den Punct D, im zweiten Fall aber den Punct E, bezeichnet: so kann man sogleich nach neuen Gegenständen visiren und wie hier die Puncte F und G feststellen. Welches das zweite war.

I. Zusatz.

§. 32. Es kann sich zutragen, daß man einen Punct H in der Verlängerung von AC, aber ausserhalb dem bekannten Dreieck ABC, nutzen will. Hat derselbe die Bequemlichkeit, daß er auf einer Anhöhe liegt, von welcher man über A nach C visiren kann: so kann diese Absicht bald erreicht werden. Den Vortheil, welchen vorher D und E gewährten, geben jezt die Puncte E und H, von welchen man also neue Gegenstände anbinden kann.

Anmerkung.

Die erste Forderung dieser Aufgabe ist aus Böhms Feldmeßkunst §. 27. n. pag. 14. entlehnt und deswegen hieher gesezt worden, weil sie die vorige Aufgabe erleichtert und die zweite Forderung der gegenwärtigen veranlaßt hat.

II. Zusatz.

§. 33. Weil ich nicht voraussezen kann, daß jeder meiner Leser Belidors Cours de mathematique und zwar die neueste Ausgabe besitze: so will ich die von ihm (§. 746.) vorgetragene Auflösung dieser Anfgabe hieher setzen, ihr aber zugleich den gemessenen und berechneten Winkel und Seite beifügen.

Tab. VI. Fig. 25. Bekannt sind die Seite DE = 600'; der Winkel b = 26°. 15'; ∠d = 43°; also ∠b + ∠d = 69°. 15'; ∠e = 36°. 15,; ∠f = 61°. 45'; also ∠e + ∠f = 98°. Man soll die Seite FG finden, um andre aus den Puncten F und G sichtbare Gegenstände an dieselbe, als an eine neugefundene Basis, anzubinden.

Man betrachte, daß in dem Dreieck EFG, in welchem der Winkel e + f und b, folglich auch der Winkel a (= 56°) bekannt sind [16]), a : b = A : B daß ferner in dem Dreieck DFG, worin die Winkel b + d und e, also auch ∠C (= 74°.

16) Die kleinen Buchstaben bedeuten Sinusse, wenn nicht das Zeichen ∠ vorgesezt ist, und die großen Buchstaben A, B, C Linien.

(= 74°. 45′) bekommt [17]) g : c = C : A. Multiplicirt man diese beide Proportionen durch einander: so hat man ag : bc = AC : AB, dividiret man die beiden leztern Glieder durch A: so kommt ag : bc = CB. Und wenn man die beiden ersten Glieder dieser leztern Proportion durch b dividiret: so hat man $\frac{ag}{b} : c = C : B$, also ist $B = \frac{bcC}{ag}$. Wenn wir C zu 1000 willkührlichen Theilen annehmen: so kennen wir in den Dreiecke DGE eine Seite C = 1000 willkührliche Theile, eine Seite B und den eingeschlossenen Winkel f = 61°. 45′, woraus man das übrige finden kann, weil nach dem bekannten Lehrsatze C + B : C − B Tang. $\frac{y+x}{2}$: Tang. $\frac{y-x}{2}$.

Nach geschehener Berechnung findet man den Winkel y = 84°. 59′. 54″; ∠x = 33°. 15′. 6″; GE = 550 willkührliche Theile, welche betragen 372; GD = 678′; FG = 700′; FD = 426′.

Neun=

17) Den Winkel b + d wollen wir der Bequemlichkeit wegen g nennen.

Neunzehnte Aufgabe.

Tab. VII. Fig. 29. u. 30. §. 34. Die Horizontalweite a b Fig. 29. xb Fig. 30. ist bekannt. Man soll von einer ansehnlichen Höhe, im Puncte a stehend, ohne von der Stelle zu gehen, die Entfernungen bis zu den äußersten Ufern eines Flusses finden, um nachmals aus diesen Puncten die Krümmungen desselben richtig verzeichnen zu können.

Auflösung.

Da das Gefälle eines sanft fließenden und nicht durch katharrhabten unterbrochenen Stroms fig. 29. in einer Länge als er um einen Berg fließt, von dessen Gipfel er übersehen werden kann, nicht beträchtlich ist, und höchstens eine geringe Anzahl Fusse und Zolle ausmacht, die nach einem Maasstabe, den man bei Aufnehmung dergleichen Art Grundrisse oder Karten gebraucht, gar nicht kann ausgedrückt werden: so kann man in einem solchen Fall die Wasserfläche für völlig horizontal annehmen.

Nachdem die Puncte b und a gefunden und berichtigt worden, messe man mit einem vertikalgestellten und mit Dioptern versehenen Proportio-

portionalzirkel (fig. 31.) oder mit dem vertikal-gestellten Meßtische selbst, den Winkel xab, man ziehe ihn von 90° ab, um den Winkel xba zu bekommen. Aus dem Grundrisse (fig. 29.) trage man die Linie ab besonders ab und setze in b (fig. 30.) den eben gefundenen Winkel xba an. In x richte man eine senkrechte Linie auf (fig. 30.) welche die Linie ab in a schneiden wird. Auf die Weise wird ax die Höhe des Berges im Puncte a (fig. 29.) in Ansehung des Puncts b vorstellen. Wenn man ferner nach den Puncten f, e, c und d visiret, um die vertikalen Winkel zu messen und selbige in fig. 29. aufträgt; so hat man die horizontalen Weiten bis zu den benannten Puncten, nemlich xe, xf, xb, xd und xc. Nun stelle man seine Mensul horizontal und visire durch die Absehen des Feldmeßlineals nach f, e, c und d um die horizontalen Winkel, welche die visirten Linien fa, ea u. s. w. machen, zu bekommen. Man trage aus fig. 30. die horizontalen Weiten aus a auf jede Linie gehörig ab, nemlich:

fig. 30		fig. 29.
xf	aus	a in f
xe	—	a in e
xd	—	a in d
xc	—	a in c

Wenn dies geschehen ist: so können die Flüsse von Punct zu Punet weiter ausgezeichnet werden. Es ist zu bemerken, daß der Berg nicht von geringer Höhe, und der Strom nicht zu weit von selbigem entfernt seyn müsse, damit die äussern verticalen Winkel an der Horizontallinie nicht zu spizig werden.

Zusatz.

Tab. VII. Fig. 32. §. 35. Die Breite bh des Flusses und seines Arms bg kann man auch nach Böhms Anleitung §. 43. p. 32. oder auch auf folgende Art messen. Nachdem man ein Stäbchen bk in die Spalte eines Stabes m zu oberst hineingeklemmet: so setze man denselben in b senkrecht, fig. 32. und schiebe das Stäbchen bk so lange auf oder unterwärts, bis die längst demselben visirte Linie bh den Rand des gegen über stehenden Ufers in h durchschneide. Alsdann drehe man den Stab m so lange um seine Axe, bis

die

die vom bk herabvisirte Linie bh einen Punct des Ufers, an dem man stehet, anzeiget; diesen bemerke man sorgfältig und messe von b nach i, welche Entfernung der Linie bh oder der Breite des Flusses gleich seyn wird. Den Stab m senkrecht zu stellen, bediene man sich entweder einer Schnur, an welcher ein Gewicht oder Stein befestiget, oder man lasse zwei Setzwagen o und n unter einem rechten Winkel zusammen setzen, um durch Anlegung derselben an den Stab m zu verhüten, daß die visirte Linie bh, nach geschehener Umdrehung des Stabes, nicht verändert werde, sondern dieselbe Länge, nemlich bh = bi anzeige. Besagte doppelte Setzwage ist überhaupt bei Messungen ein zu empfehlendes Werkzeug, um es sowol an Ketten als Stäben zu halten, wodurch selbige recht perpendiculair auf den Horizont gestellet werden können.

Zwanzigste Aufgabe.

§. 36. In Ermangelung anderer Werkzeuge bloß mit einem Meßkompaß der Dioptern hat, eine Gegend aufzunehmen. Tab. VIII. Fig. 33.

Auflösung.

Hiezu sind anfänglich nur zwei Gegenstände a und b nöthig, deren Entfernungen von einander und welchen Winkel die Magnetnadel mit dieser Linie macht, man schon wissen muß. Um die Gegenstände e, f, g und h zu bekommen, erwählet man in Ansehung derselben zwei verhältnißmäßige Standpuncte c und d deren Weite von einander eine Grundlinie zu neuen Gegenständen genannt werden könnte [17]). Von C (wo man den Punct d [18]) nicht sehen kann) visire

17) Die Linie, die man sich hier zwischen c und d denken kann, kommt eben so wenig in Betrachtung als die Linie DE fig. 24. Tab. VI §. 26. Obgleich die Puncte c und d in der Karte nicht angedeutet werden, weil sie keine Objecte sind: so ist doch anzurathen, daß man, in der Verlängerung der visirten Linie ch, cg, cf, ce u. s. w. bis an den Stand der Oberfläche des Hügels mit Schritten messe, um von derselben so viel aufzunehmen, als die Zeit erlaubt.

18) Es ist auch nicht nötig, daß man, von c weggehend, ein Zeichen daselbst errichte, um nachmals darauf zu visiren. Es ist genug, daß man von d aus die vorher gesehenen Puncte e, h, g, f und a erblicken könne.

visire man nach allen Gegenständen und schreibe die Winkel, welche die Magnetnadel mit diesen Visirlinien macht, auf, wenn die Zahl der Grade nicht Quadrantenweis sondern in einem fort, entweder rechts oder links von Norden bis 360° fortgehe. Wenn aber die Grade Quadrantenmäßig von Nord und Süden an gezählet sind; so schreibt man allemal spitzige Winkel auf. Hier geben sich die Winkel 2ca, 1cb, 1ce, 1ch, 1cg und 2cf. Hierauf gehe man nach den andern Standpunct d und verfahre eben so. Man schreibe nemlich die Winkel an wie folget: 2da, 2db, 1de, 1dh, 2dg und 2df. Da nunmehr schon alle die Puncte a, b, e, f, g, h wie auch c und d bekannt sind: so hat man folglich jederzeit deren nur zwei nöthig um aller Orten seinen Standpunct zu finden. Wollte man auf einen Dritten visiren um eine Probe zu machen, z. B. wollte man den Lauf des nahen Baches bezeichnen: so stelle man den Kompaß mit seinem Stativ nicht weit vom Ufer desselben an verschiedenen Stellen, hier in i und k. Man suche, wie vorhin in c und d, die Standpuncte und zeichne im

Brouillon die zunächst gelegene Gegend ab. In i schreibe man die Winkel 2ik und 1ig, und in k die Winkel 2kg und 1kh auf.

Das Auftragen kann auf verschiedene Weise geschehen. Eine der bequemsten und vielleicht richtigsten, ist, daß man solches mit demselben Kompaß oder Boussole thue mit welchem die Winkel in Felde gemessen worden, wie Penther in seiner Geometria practica §. 408. anmerket. Nachdem man das Papier, auf welchem der Riß gezeichnet werden soll, auf ein Brett oder Tisch, an welchem kein eiserner Nagel oder Gewinde ist, befestiget, nimmt man

1) den ersten Punct a nach Belieben, jedoch so, an, daß die ganze Gegend auf dem Bogen hinkommen könne.

2) Um a drehe man das Lineal des Kompasses so lange bis die Nadel denjenigen Grad anzeiget, den sie im Felde nach der Richtung der Linie ab andeutete. (Hier 1ab oder 2ba).

3) Hierauf ziehe man am Lineal vom Puncte a, nach der Gegend wo b hinkommen soll,

soll, eine Linie von beliebiger Länge, auf welche man, nach dem verjüngten Maasstabe, die im Felde gemessene Linien abträgt. Nun wird der Kompaß wiederum an den Punct a dergestalt gedrehet, bis die Nadel erstlich die Richtung 1ad = 2da, dann 1ac = 2ca bekomme, um die Linien ad und ac ziehen zu können.

4) Ein gleiches thut man am Puncte b. Man drehet nemlich den Kompaß bis die Nadel die Winkel 1bd = 2db und 2bc = 1cb anzeiget. Alsdann ziehet man die Linien bd, bc welche die Linien ad und ac durchschneiden und also die Puncte c und d andeuten werden.

5) Ferner setze man den Kompaß mit seinem Lineal an den Punct c; man drehe ihn so lange an selbigem herum bis die angeschriebenen Winkel 1ce, 1ch, 1cg und 2cf von der Nadel angedeutet werden, um die Linien ce, ch, cg, cf undeterminirt ziehen zu können.

6) Auf gleiche Weise werden aus dem Puncte d die Linien de, dh, dg, df gezogen,

bis sie die vorigen in den Puncten e, f, g und h durchschneiden. Um aber die Puncte i und k zu haben

7) leget man das Kompaßlineal erstlich an den Punct f, drehet es so lange bis es die Richtung 2if erhält und ziehet die Linie fi. Darnach setzet man es an g giebt ihm die Richtung 1ig und ziehet gi damit fi in i durchschnitten werden.

8) Alsdann drehet man das Lineal an denselben Punct g, bis es die Richtung gk erhält, und ziehet die Linie gk. Endlich

9) legt man das Lineal an h giebt ihm die Richtung 1kh, ziehet die Linie hk, welche gk in den Punct k durchschneiden wird. Wenn man solchergestalt alle Puncte aufgetragen hat, so können die um jeden Puncte gelegenen Gegenden, welche man sich im Brouillon angemerkt hatte, ausgezeichnet und also die ganze Gegend auf einem Plane vorgestellet werden.

Be-

Beweis.

Wenn man voraussezt, daß sich die Magnetnadel genau nach Norden richte oder wenigstens immer einerley Abweichung von der Mittagslinie behalte: so können auch die nach einer Magnetnadel verlängerten Linien für parallel gehalten werden, wenn die Gegend, innerhalb welcher man die Operation vorgenommen, nur einige Meilen beträgt. Es ist also einerlei, ob man in den äußern Puncten a und b des Dreiecks abc (wie der Winkel 1ab, den die Nadel mit der Standlinie ab macht, schon bekannt ist) die beiden Winkel, welche die andern Seiten dieses Dreiecks mit der Nadel machen, jeden besonders, oder die beiden Winkel zugleich in einem einzigen Puncte C, misset. Denn da die verlängerten Nadel- oder Nordlinien einander parallel sind: so ist der Winkel 1ac = 2ca und 2bc = 1cb; folglich kann man im Felde in dem einzigen Puncte c die Richtung der Linien ac und bc messen. Wird man nachher beim Abtragen erstere an a, leztere an b, nach der gemessenen Richtung, ansetzen: so werden sie sich auf den Risse in c schneiden, und

das Dreieck abc wird dem im Felde ähnlich seyn. Dasselbe kann man von den Dreiecken fgi und ghk sagen; obgleich die Linien fg und gh nicht visirt worden und nicht einmal nöthig waren aufgetragen zu werden.

§. 37. Wenn die verlängerten Magnetnadellinien aller Orten unter sich völlig parallel wären oder immer eine gleiche Abweichung von der Mittagslinie beobachteten, wie wir so eben vorausgesetzt haben: so hätte die Boussole einen unläugbaren Vorzug vor allen andern, beim Feldmessen gebräuchlichen Werkzeugen. Da dieß aber nur selten zutrift; so ist zu vermuthen, daß die, sich in der Erde (besonders in morastigen Gegenden nahe an der Oberfläche derselben) befindlichen Eisenerztheilchen die Richtung der Nadel hindern. Anders ist es mit einem Seekompaß auf einem Schiffe. Da ihm kein rohes Eisenerz nahe ist, auch alles Eisen sorgfältig von ihm entfernt wird: so kann er auf der See weit bessere Dienste thun als die Magnetnadel auf dem Lande. Zwar befindet sich auch Eisen auf den Schiffen, dieß ist aber schon im Feuer geläutert und hat folglich wenig

oder vielleicht keine *) magnetische oder so stark an sich ziehende Theile in sich, wie das rohe Eisenerz. Es sei denn, daß es durch andre Ursachen magnetisch geworden, wie die Kreuze auf den Kirchthürmen. Ist diese Veränderung aber nicht vorgegangen, so kann es in einiger Entfernung nicht dermassen auf die Nadel wirken, wie das in der Erde noch roh liegende Erz. Doch überlasse ich diese Muthmaßung der genauern Begrüßung der Naturkündiger.

§. 38. Der Vorzug des Meßkompasses bestehet eigentlich darin, daß man aller Orten, von wo zwei bekannte Gegenstände zu ersehen sind, aus der gemessenen Entfernung derselben von einander und aus dem bekannten Richtungswinkel der Nadel mit dieser Linie (hier ab), gleich auf der Stelle die Entfernung von seinem Standpuncte (c und d) bis zu diesen zweien Gegenständen, erfahren kann. Denn man darf nur durch die Absehen des Kompaßlineals visi-

Tab. VIII. Fig. 33.

*) Es ist bekannt, daß eine abgeglühete Magnetnadel ihre anziehende Kraft verloren.

visiren um die Größe des Winkels zu erfahren, den die Nadel mit jeglicher dieser beiden Linien ins besondere macht, ohne genöthigt zu seyn, sich nach besagten Gegenständen selbst zu verfügen, um von jedem einen Winkel zu messen, welches man beim Gebrauch eines jeden andern Instruments thun muß. Nur Schade, daß die Nadel, auch an nicht weit von einander entfernten Gegenden, zuweilen ungleiche Richtungen hat, wodurch der Gebrauch des Meßkompasses zu Lande etwas unzuverläßig wird. Ich habe befunden, daß die Nadel in Weiten von einigen hundert Schritten, besonders in morastigen Gegenden, um ganze Grade von der parallelen Richtung abgewichen. In sandigten Gegenden habe ich diese nie bemerkt, wodurch ich denn auf die oben §. 37. angeführte Muthmaßung gekommen bin. So viel bleibt indeß immer wahr, daß der Gebrauch des Kompasses von vorzüglichem Nutzen sei. Denn wenn die erhabensten und weitesten Hauptgegenstände, mit einem richtigen Astrolabio oder auch mit einem Meßtischlein, aufgenommen sind: so kann man allein mit dem Meßkom-

passe

passe [19]) die um und zwischen diesen Hauptgegenständen sich befindlichen Gegenden von einen Standpuncte zum andern, durch Winkelmessung aufnehmen und solche, nachher in das durch die Vermessung jener Hauptgegenstände entstandene Gerippe hinein zeichnen. Trift es sich gar, daß man aus einem Standpuncte drei oder mehrere richtig gemessene Gegenstände erblicket: so kann man denselben beim Gebrauch der Mensul, oder eines mit einem Kompaß versehenen Astrolabiums, (nach §. 14, sechste Aufgabe) finden und zugleich den Fehler der Nadel untersuchen nnd verbessern.

§. 39. Ohngeachtet alles dessen was bisher, zur Empfehlung des Gebrauchs der Magnetnadel zum Feldmessen, gesagt worden, könnte sie dennoch, ihrer veränderlichen und ungleichen Richtung wegen, von manchen nicht zu der vorher empfolenen Absicht gebraucht werden.

In

19) Dieser muß in Graden eingetheilt seyn und nebst seinem Diopternlineal auf ein Stativ gestellet werden können. Man kann sich auch eines Meßtisches bedienen, auf welchen man den Kompaß stellet, wie Penther in seiner Geometria pract. §. 669. zeiget.

In Erwägung dessen bin ich auf die Gedanken gekommen, eine Sonnenuhr statt des Kompasses, beim Messen, zu gebrauchen. Zu dem Ende verfertigte ich mir (nach Penthers Gnomonica §. 117.) eine Horizontalsonnenuhr, die durch Transversallinien in einzelne Minuten eingecheilt war. Nachdem ich meinen Meßtisch, um ihn zu orientiren, in das Allignement zweier (auf demselben bereits aufgetragener) Hauptpuncte, gestellet, trug ich auf selbigen eine Mittagslinie, (welche mir zur Basis aller künftigen Operationen dienete) folgendergestalt auf.

Nachdem mein Meßtischlein horizontal befestiget worden, sezte ich auf demselben die erwähnte Sonnenuhr und stellte sie nach den von einer Sackuhr angezeigten Stunden und Minuten. Die verlängerte Linie der zwölften Stunde bemerkte ich durch zwei Puncte, welche nachher durch eine Linie zusammen gezogen, die verlangte Mittagslinie gaben [20]).

Nun

20) Es verstehet sich von selbst, daß die Taschenuhr noch selbigen Tag, oder höchstens den Tag vor-

Nun verfügte ich mich mit dem Meßtische und mit der Sonnen- und Taschenuhr nach der zu messenden Gegend und stellte 1) die Mensul an den Ort wo ich den Standpunct zu suchen willens war, horizontal hin, doch so, daß wenigstens zwei bekannte Gegenstände von demselben sichtbar waren, 2) sezte ich die Sonnenuhr an die, auf der Mensul aufgetragenen Mittagslinie und legte meine Sackuhr darneben. 3) Drehete ich die Meßtafel auf der Nuß so lange bis die Sonnenuhr so viel Stunden und Minuten als die Sackuhr zeigte. 4) Schraubte ich den Meßtisch fest und nachdem ich ihn nochmal genau gerichtet und nachgesehen, ob die Stunden und Minuten der Sonnenuhr mit denjenigen der Taschenuhr überein kamen: so nahm ich beide vom Tische weg. Da nun also der Meßtisch weit richtiger als mit einem Kompaß orientirt (und auch die Besorglichkeit vor rohem Eisenerz verschwunden) war: so verfuhr ich

vorher nach einer Sonnenuhr, mit Zuziehung der Tagesgleichung, gestellet worden, und daß man bei allen folgenden Operationen Rücksicht auf die leztere zu nehmen habe.

ich im übrigen als wenn er nach einer Magnetnadel gestellet wäre. Ich legte nemlich das Feldmeßlineal an einen von den Puncten auf dem Meßtische, welcher einen der sichtbaren und bereits bekannten Hauptgegenstände vorstellte, drehete es um selbigen so lange herum, bis ich durch die Absehen denjenigen Gegenstand erblickte, an dem meine Visirregel anlag, und zog eine Linie rückwärts zu mir. Hierauf legte ich mein Diopterlineal an den zweiten Punct, der den andern, bekannten und sichtbaren Gegenstand vorstellte und visirte auf ihn, um gleichfals eine Linie, rückwärts zu mir, ziehen zu können. Da wo diese die erst gezogene durchschnitt, war mein gesuchter Standpunct. Um die Probe zu machen, visirte ich nach einen dritten bekannten Gegenstand, der auch auf der Mensul verzeichnet war und zog rückwärts eine Linie zu mir, um zu sehen ob selbige auf den vorigen Durchschnittspunct zutraf. Gemeiniglich geschah dieß weit richtiger als wenn der Meßtisch nach einer Magnetnadel wäre orientirt gewesen.

Ob nun gleich diese Operation bei Ermangelung des Sonnenscheins nicht kann vorgenommen werden: so behält sie doch den ihr eigentümlichen Vorzug, daß der begehrte Standpunct weit richtiger als mit einer Magnetnadel gefunden wird. Man könnte noch einwenden, daß die Wolken uns oft des Sonnenlichts berauben und dadurch die Arbeit unterbrechen. Wenn man aber die langen Sommertage, an welchen der Himmel oft ununterbrochen heiter bleibt, gehörig nuzt, so kann man doch viel leisten.

Sollte es sich zutragen, daß die Taschenuhr nicht richtig ginge oder während der Arbeit stehen geblieben wäre: so darf man nur den Meßtisch irgend wo in die Verlängerung zweier, auf ihm verzeichneter Hauptpuncte (nach §. 31.) stellen, und oftgenannte Sonnenuhr an die, auf dem Meßtisch bemerkte Mittagslinie ansetzen um darnach seine Sackuhr zu berichtigen.

Zusatz.

§. 40. Bei der Aufgabe §. 36. Tab. VIII. Fig. 33. ward voraus gesezt, daß eine Linie ab schon bekannt war. Es kann sich aber auch zutragen, daß man in der Geschwindigkeit

eine Gegend aufnehmen soll von der keine Linie, weder eine in ihr befindliche noch eine an ihr grenzende, (wie in der ebengenannten Tab. VIII. Fig. 33.) bekannt ist, und in welcher man erst gelegentlich je nachdem es Tab. VI. Fig. 26. das Terrain erlaubt. Z. B. im Allignement von AC eine Linie messen kann oder messen will. Lasset uns sehen wie man sich in einem solchen Falle zu verhalten habe.

Um die Puncte A, B, C und D aufzunehmen setze man 1) seine Boussole in e und messe die Winkel neD, neA und Bes. 2) Im Allignement [21]) von BA messe man den Winkel Afn. 3) In g messe man die Winkel Bgs, Agn

21) Es ist bei Messungen dieser Art, wo das geschwindeste das beste ist, nicht nöthig das Allignement durch Stäbe zu suchen wie §. 44. gezeiget worden. Nachdem man, durchs Augenmaaß ungefähr, bestimmt hat, ob man in der Verlängerung von A und B sei oder nicht, setze man seine Mensul, oder Meßkompaß, mit dem Stativ nieder und visire durch die Dioptern nach A und rückwärts nach B. Trift das Haar der Absehen nicht auf B: so rücke man das Instrument so viel rechts oder links als man für gut hält, bis man endlich in das Allignement kömmt.

Agn und Cgn. 4) Im Allignement von AC messe man aus dem beliebigen Puncte h die Winkel dhn, Ahs und Bhs. 5) In dieser Verlängerung schreite man von A nach H eine beliebige Anzahl Schritte (hier 1500), bis nach dem gleichfals in der Verlängerung stehenden Punct i, ab und messe daselbst den Winkel D i n. Nachdem man alle diese Winkel und auch die gemessene Linie ih, richtig aufgeschrieben und in seinem Brouillon, die jedem Puncte, wo man Winkel gemessen, zunächst gelegenen Gegenden, nach einem wohlgeübten Augenmaaß, aufgezeichnet, trage man das Gerippe folgendergestalt zu Hause auf.

Undeterminirt ziehe man eine Linie sen trage an e die Winkel neD, neA und seB und ziehe die Linien eD, eA und eB unbestimmt aus. Ueber den beliebigen Punct A ziehe man, nachdem der Winkel Afn an die Linie sen angetragen worden die Parallele AB, um das Dreieck eAB zu haben, an welches man alle übrige, von dort aus sichtbare Puncte antragen kann. Auch die Winkel Bgs, Agn und Cgn trage man an die schon genannte Linie sen, um

die Parallellinien Bg, Ag und Cg, ziehen zu können, welche den Punct g determiniren. Trägt man auch den Winkel Ahs an sen: so kann man AC ziehen, um gc zu bestimmen. Die, nach dem, an der Linie sen angetragenen, Winkel Bhs, parallel gezogene Linie Bh wird den Punct h und die, nach dem Winkel Dhn parallel gezogene Linie Dh, den Punct D, im Durchschnitte von eD, bestimmen. Die aber nach dem Schenkel Di, des abgetragenen Winkels Din, gezogene Parallele Di, wird den Punct i, im Allignement von AC, und zugleich die, nach Schritten oder anderweitig abgemessene Linie ih, anzeigen, welche den Maasstab zu den übrigen Linien abgiebt.

Wenn man solchergestalt die Puncte A, B, C und D bestimmt hat: so kann man nach §. 36. Tab. VIII. Fig. 33. rund herum andere Gegenstände festlegen.

Noch ist zu merken, daß 1500 Schritt eine Werst ausmachen, wofern man nehmlich sich so gewöhnet hat, daß man Schritte macht, deren jeder eine Arschin lang ist. Drei Arschin machen einen Rußischen Faden oder sieben Londoner

doner Fuß. 500 Faden machen also eine Werst.

Sonst pflegt man in Liefland anzunehmen, daß eine Werst 1800 Schwedische Ellen lang sei. Aber nach einer genauern Berechnung der Verhältnisse des Schwedischen und Londner Fußmaßes trift es nicht so genau zu. Dem ohngeachtet kann man 5 Arschin (oder 5 Schritte) für 6 Schwedische Ellen rechnen.

Die Puncte e, g, h und i kommen eben so wenig in Betrachtung als die Puncte cd ꝛc. der drei und dreißigsten Figur Tab. VIII. es sei denn, daß man die ihnen zunächst liegende Gegenstände für merkwürdig gehalten und sie daher mit aufgezeichnet habe.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

§. 41. Den Theil BD eines unzugänglichen Thurms, der zwischen der Spitze B und der Sole eines nur eben über den Forst eines Dachs hervorragenden Thurmfensters begriffen ist, zu finden. Tab. IX. Fig. 34.

Auflösung.

Man setze sein Instrument [22]) in A und messe die Winkel welche die Horizontallinie AC (welche hier als bekannt voraus gesezt wird) sowol mit der nach der Sole des Thurmfensters bei D, als auch nach der Spitze desselben B visirten Linie macht, nemlich im ersten Falle den Winkel DAC und im zweiten den Winkel BAC. Weil im rechtwinklichten Dreieck ACB eine Seite AC und ein Winkel BAC bekannt sind, so kann man die Seite BC finden $= \frac{AC \times \text{Sin. } BAC}{\text{Sin. } ABC}$. Im rechtwinklichten Dreieck ACD ist aus eben der Ursache die Seite DC $= \frac{AC \times \text{Sin } BAC}{\text{Sin } ADC}$. Ziehet man DC von BC ab: so hat man das verlangte Stück BD.

Tab. IX. Fig. 34.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

§. 42. Aus dem bekannten Stücke BD, welches über den Forst eines Dachs in einer

22) D. h. die Nivellirwage oder den amphidioptrischen Goniometer den der schon oben angeführte Brander erfunden hat. Jene mißt von 6 zu 6, die-

einer Stadt hervorragt, die Horizontalweite AC zu finden.

Auflösung.

Nachdem man mit dem Instrument, so wie in der vorigen Aufgabe, die Winkel DAC und BAC, nach Graden, Minuten und Sekunden gemessen, betrachte man, daß im rechtwinklichten Dreieck ACD der Winkel ADC = 90° — ∠ DAC; daß folglich der Winkel BDA = 180° — ∠ ADC. Weil nun im Dreiecke ADB zwei Winkel, nehmlich der gemessene BAD, (denn man darf nur ∠ DAC vom ∠ BAC abziehen) der berechnete ADB und eine Seite BD, bekannt sind: so wird man die Linie AD berechnen können, = $\frac{BD \times \text{Sin. } ABD}{\text{Sin. } BAD}$. Da man nunmehro im rechtwinklichten Dreieck ADC, außer dem gemessenen Winkel DAC auch eine Hypothenuse kennt; so kann man die Weite AC finden = $\frac{AD \times \text{Sin. } ADC}{\text{Sin. tot.}}$.

dieser von 20 zu 20 Sekunden. Nur mit dergleichen Werkzeugen ists möglich diese und die folgende Aufgabe aufzulösen.

§. 43. Gesezt der benannte Thurm stände in einer belagerten Festung und man sollte die §. 41. und 42. angeführten beiden Aufgaben, nebst ihrer Auflösung, practisch ausüben: so müßte man mit Suchung der Horizontalweite AC den Anfang machen, dabei aber, mit der größten Genauigkeit, folgendermaßen verfahren:

Tab. IX Fig. 35. Nachdem man durch Hülfe der gemessenen Winkel CBA und CAB und der gemessenen Seite BA die Horizontalweite CA [23]) berechnet, suche man vermittelst der gleichfals gemessenen linie DA und der berechneten CA, wie auch des von ihnen eingeschlossenen Winkels CAD, den Winkel CDA, um zu sehen wie weit er mit dem gemessenen Winkel CDA übereinstimme. Trägt sich's zu, daß die Berechnung mit der Messung übereinkömmt: so ist dieß ein Zeichen, daß man ein sehr gutes Instrument

23) Die Linie CA fig. 35 ist die Horizontallinie AC fig. 34. Man stelle sich vor, daß in C fig. 35, der hier als unzugänglich angenommene Thurm BC, fig. 34. stehe. Die Linie A B, fig. 35. muß nicht zu klein angenommen und mit der größten Genauigkeit abgemessen werden.

strument gehabt und mit der gehörigen Genauigkeit verfahren habe. Kömmt aber der gemessene Winkel mit dem berechneten nicht überein: so ist er entweder größer oder kleiner. In jenem Fall vertheile man das was zu viel ist, verhältnißmäßig, nach Anzahl der Grade und Minuten, unter alle drei Winkel; in diesem Falle aber, da der Winkel zu klein fällt, subtrahire man ebenfals verhältnißmäßig dasjenige, was die Rechnung giebt, von den dreien Winkeln und lege es diesem bei, um so der Wahrheit so nah als möglich zu kommen [24]. Sollte aber der Unterschied zu beträchtlich seyn: so bleibt nichts anders übrig, als die Messung der Win-

24) Obgleich diese Art zu verfahren vor dem strengen Gerichte der Geometrie keine Gnade finden möchte: so muß man sich doch mit ihr um so mehr begnügen, weil auch die größten Meßkünstler zur Zeit noch keine erfunden, (wenigstens nicht bekannt gemacht) haben, die genauer wäre als diese. Man sehe Figure de la Terre determinée par Maupertuis à Paris 1739. p. 94. — Lamberts Beitrag zur Mathematik I Theil p. 223 §. 317. fig. 5. 6.

kel noch einmal, mit verdoppelter Aufmerksamkeit und Sorgfalt, vorzunehmen.

Nach dieser angewandten Vorsicht kann man denn endlich die Linie AC von neuen berechnen und so der gegebenen Aufgabe ein Genüge thun.

1. Anmerkung.

Um sicher zu gehen, messe man die Winkel mehr als einmal, und zwar jedesmal mit einer andern Stelle des Limbus des Quadranten oder Astrolabiums. Beim Goniometer kann man Nebenwinkel nehmen, damit man eine andere Stelle des Chordenlineals bekomme.

2. Anmerkung.

In Rußland und Liefland findet man seltener als in Deutschland und andern Ländern Kirchthürme und erhabene Gebäude, auf welche man, von weiten, visiren und daher Standpuncte festlegen könnte. Man muß oft zufrieden seyn wenn man nur hie und da einen hervorragenden Schornstein eines adelichen Hofes erblicket, den man zur Erreichung einer solchen Absicht gebrauchen kann.

Weil es aber schwer, ja vielleicht gar unmöglich ist, aus einer mäßigen Entfernung die Mitte eines solchen Schornsteins, genau mit dem Visirhaar zu fassen: so thut man wohl, daß man z. B. von dem angenommenen Punct C nach den Ecken e und d eines Schornsteins visire und den

Tab. IX. Fig. 36.

Win-

Winkel HCd, welchen die eine Tangente Cd des gedachten Schornsteins mit der Linie HC macht, von dem Winkel HCe, welcher von der andern Tangente Ce und der schon genanten Linie HC eingeschlossen ist, subtrahire und die halbe Differenz zu dem Winkel HCD addire, um so genau als möglich die Mitte des Schornsteins zu haben [25]). Ist aber der Schornstein sehr weit: so kann man ihn für einen Stab annehmen, dessen Mitte man, so gut als möglich mit dem Visirhaare oder mit dem Mittelstrich auf dem Mikrometerglase, zu fassen sucht. Visirt man aber auf eine Windmühle, aus deren Centro der Umdrehung keine Fahne, wie wol sonst gebräuchlich, hervorragt: so wird man die vorgedachte Operation schlechterdings anstellen müssen, weil eine ungeheuer

25) Nach der geometrischen Strenge hat man freilich nur alsdann die wahre Mitte, wenn das Dreieck deC gleichschenklicht ist, weil alsdann die den Bogen fg in zwei gleiche Theile theilende Linie auch wirklich die Basis de in zwei Hälften zerlegt, welches aber bei einem ungleichseitigem Dreieck wegfällt. Indessen ist doch der Fehler der daraus entstehet, daß man das Dreieck (hier deC) immer für ein Aequicrurum annimmt, dessen Basis die eingebildete Diagonale des Schornsteins und dessen Schenkel die, vielleicht Werstenlange, visirte Linien sind, von so geringem Belang, daß er nicht bemerkt zu werden verdient, ja vielleicht gar nicht bemerkt werden kann.

geheuer große Entfernung dazu erfordert wird, einen so dicken Körper, als eine Windmühle ist, nur für einen Meßstab annehmen zu können.

3. Anmerkung.

Es kann sich zutragen, daß man von einem Dreieck BCA den Winkel BAC messen soll, der just auf
Tab. XI. Fig. 43. die Mitte des Schornsteins des Hauses A stößt. Da es aber sehr unbequem seyn würde, eines einzigen Winkels wegen, ein Gerüste über den Schornstein zu bauen, um den Winkelmesser darauf zu stellen, so muß man in diesem Fall sich anderer Methoden, und wenn man will, folgender bedienen.

Fig. 44. Nachdem man durch zwei diagonaliter gelegte Stäbe ac und bd den Mittelpunct des Schornsteins gefunden, befestige man einen Stab in e, man visire nach den von dort aus sichtbaren Gegenständen C und B fig. 43. und lasse durch Gehülfen Stäbe ins Allignement nach CA und BA, nehmlich in D und F stellen [26]). In D messe man

26) Da alles darauf ankömmt, daß der Stab D recht im Allignement stehe: so spare man keinen Fleiß um dieß aufs sicherste zu leisten. Man könnte sich zweier Senkel bedienen um durch Hülfe der dadurch entstehenden Verticalfläche, längst welcher man nach C und B visiren kann, seinen Endzweck zu erreichen. Es ist noch zu bemerken, daß die Stäbe D und F jeder wenigstens 200 Faden von dem Hause A entfernt seyn müssen.

man den Winkel FDA und in F den Winkel DFA, die Summe ziehe man von 180° ab um den begehrten Winkel BAC zu haben.

Man kann den Winkel BAC auch auf folgende Weise finden. Der Winkel BCA und die Linie BC seye bekannt. In dem (nach eben beschriebener Art ins Allignement von AC gebrachten) Punct D messe man den Winkel BDC und berechne die Linie CD. Von D messe man, entweder in der Verlängerung von DB, oder nicht, eine Linie nach E, beliebig ab; auch messe man die Winkel ADE und DEA, man berechne ebenfals die Linie DA, welche zu DC addirt, das dritte Stück des Dreiecks giebt, welches fehlte, um den Winkel BAC berechnen zu können.

Drei und zwanzigste Aufgabe.

§. 44. Eine Marschroute aufzunehmen.

Auflösung.

Man setze seine Mensul in A, orientire sie nach der Magnetnadel sn und visire nach dem in b aufgesteckten Meßfähnlein. Von A gehe man, b vorbei, nach C, indeß von A nach b und von b nach C gemessen wird. In C orientire man seinen Meßtisch und trage das Maaß Ab auf denselben; drehe das Feldmeß- Tab. IX, Fig. 37.

lineal

lineal so lange an dem, auf der Mensul befindlichen Punct b bis man die Fahne in b erblicket. Nachdem alsdann die Linie bC zu sich zurückgezogen, trage man das Maaß derselben darauf und visire nach d, wohin derweilen wieder eine Fahne gesteckt worden ist. Von C gehe man, D vorbei, nach E und trage das Maaß Cd auf die gezogene Linie Cd. Am Puncte d drehe man seine Regel so lange bis man die Fahne in d erblicket. Auf die zu sich gezogene Linie dE trage man das Maas dE und verfahre bei jeder folgenden Krümmung wie bisher beschrieben worden: so wird man in kurzer Zeit eine beträchtlichere Strecke aufmessen können, als wenn man nach der gewöhnlichen Art, mit der Mensul jeden Winkel aufnimmt. Ich habe bis 25 Werste in einem Tage aufgemessen.

Anmerkung.

Weil man durch diese Operation nichts weiter als ein Zickzack von Linien erhält, welches zwar die Krümmungen des Weges ziemlich richtig, aber doch nichts von der umliegenden Situation zeiget: so ist es sehr nöthig, daß außer demjenigen Ingenieur, der diese Zickzaks mißt und aufträgt, noch andere, zu beiden Seiten des Weges, mit Meß-

kom-

kompaßen und Astrolabien, oder mit einem Astrolabio auf welchem zugleich ein Meßkompaß befindlich, von der umliegenden Gegend oder Situation das merkwürdigste aufmessen, um solches nachher zu beiden Seiten des erwähnten Zickzaks zu verzeichnen. Doch dieß bedarf einer umständlichern Beschreibung.

Der erste Ingenieur, welcher längst dem Wege mißt, muß zu beiden Seiten des Weges, in erforderlicher Entfernung, wärend dem Messen unterschiedene Puncte von sichtbaren Gegenständen durch Intersectionslinien, zum Beispiel aus A und C festzusetzen suchen; selbige etwa aus dem dritten Punct E erproben und solche seinen Gehülfen anzeigen, diese Gegenstände sind etwa Kirchthürmer, Schornsteine, Bäume u. d. g. welche eine Zeitlang für die andern Ingenieurs, welche die umliegende Situation aufnehmen, sichtbar bleiben. Hierauf begeben sich die lezteren mit ihren Instrumenten zu beiden Seiten des Weges, um, nach Anleitung der zwanzigsten Aufgabe, durchs Bussoliren auf beliebigen Anhöhen und Berge, aus diesen ihnen bereits angezeigten Puncten H,B,D,G,F,I sich andre Puncte zu bestimmen, als hier e,f,h und g. doch müssen diese Anhöhen also gewählt seyn, daß sie einen Theil der umliegenden Gegend als Berge, Flüsse u. s. w. bezeichnen und figuriren können. Um aber diese nächst gelegenen Gegenden durchs Figuriren besser zu bestimmen, ists nöthig daß man von den Stand-

punc-

puncten e, f, h und g aus, unterschiedene Berührungs-Linien durchs Visiren und Winkelmessen ausgehen lasse, als hier aus f, fi, fk, fl, hernach aus h, hi, hk, hl, woraus Durchschnitte entstehen, welche die Abhängigkeiten der Berge, Serpentinen der Flüsse u. d. g. zwischen sich fassen, und daher anzeigen wo hernach obgenannte Krümmungen hinzuzeichnen sind. Nachdem nun die nebengehenden Gehülfen dergestalt die umliegende Situation stückweise aufgenommen, müssen sie suchen von Zeit zu Zeit, bei sich ereignender Gelegenheit, so bald als möglich, selbige auf diejenige Karte aufzutragen auf welcher die Zickzacke des Weges aufgenommen worden, um nicht in Verwirrung zu gerathen. Dergleichen Operation welche auch während dem Marsche einer Armee, bewerkstelliget werden kann, verschaft in kurzer Zeit eine Marschrouten-Karte die weit richtiger ist, als jede andre, welche nach dem Coup d'oeil militaire, ohne alle geometrische Bestimmung, aufgenommen worden. Um die Linien im Zickzack geschwinder messen zu können, habe ich bei dieser Operation einen Strick von 50 Faden gebraucht, an dessen beiden Enden zwei Kettenstäbe angebunden waren, mit welchem zwei abgerichtete Fußgänger maßen und mit gehörigen Zeichenstäben die Stricklängen zählten, ich befand aber hernach daß, wie gewöhnlich, durch ungleiches Anziehen, durch Naß werden und Austrocknen des Seils, merkliche Fehler entstanden, die

aber

aber doch nicht hinderten, daß diese Meßungsart weit richtiger ausfiel als die gewöhnliche Schätzung der Linien und Winkel nach Gutdünken.

Wer diese mühsame, aber sehr nüzliche, Arbeit mit mehr Genauigkeit verbinden will, dem rathe ich, statt ienes Seils, fünf Meßketten an einander zu binden. Wozu aber alsdann auch mehrere Fußgänger erfordert werden. Die Meßfahnen auszusetzen bediente ich mich entweder der Wegweiser oder der Kosacken zu Pferde. Sowohl die Ingenieurs als deren Gehülfen, welche die Meßtische und Astrolabien trugen, waren beritten.

Bei einem nicht zu starken Regen bediente ich mich eines Regenschirms mit gutem Erfolg, so daß die Arbeit gröstentheils ununterbrochen fortging.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

§. 45. Bloß durch Messung der um den Punct A herumliegenden Winkel DA1, 1A2 u. s. w. und der im Allignement von DB und Bc gemessenen Linien 1, 2, 3 und 4, 5, 6, die Puncte D, B, C und A festzulegen. Tab. X. Fig. 38.

Auflösung.

Nachdem zu Winterszeit, in der Verlängerung von DB, am Ufer 1 bis an das gegenüber

überstehende Ufer 3 und eben so von 4 bis 6, auf dem Eise die Linien 1, 2, 3 und 4, 5, 6 genau gemessen, (welches wegen der ebenen Horizontalfläche nicht schwer seyn kann) und in den besagten Puncten 1, 2, 3, 4, 5 und 6 weit zu sehende Kenntzeichen aufgestellet worden, begebe man sich nach A, von wo man alle vorhergedachte Kenntzeichen und auch die Gegenstände D, B und C, desgleichen E und F, sehen kann. Man messe die Winkel welche um den Punct A herumliegen und sehe zu, ob ihre Summe 360° beträgt. Ist das nicht: so wiederhole man die Messung der gedachten Winkel und verfahre nach §. 58. bis die gehörigen 360° herauskommen. Hierauf bestimme man (nach der vierten Aufgabe §. 10.) durchs Visiren auf die Kenntzeichen 1, 2 und 3, den Punct A, wodurch man die Linie A3 den Winkel 23A, folglich auch sein Supplement B3A erhält. Weil also in dem Dreieck A3B eine Seite A3, ein berechneter Winkel A3B und ein gemessener BA3 bekannt sind: so kann man die Linie 3B und den Winkel AB3 finden. Auf eben die Weise findet man (§. 10.) aus der

Seite

Seite A4, aus dem berechneten Winkel B4A und aus dem gemessenen BA4, den Winkel AB4 und die Seite B4.

Wenn dieß geschehen, suche man vermittelst der Linie A1 des gemessenen Winkels DA1 und des berechneten D1A, die Linie D1. Eben so suche man, auf der andern Seite, die Linie 6C; so hat man, nachdem die beiden obgedachten Winkel 3BA und AB4 addirt worden, zwei Seiten und den von ihnen eingeschlossenen Winkel des Dreiecks DBC, aus welchen man CD berechnen kann; wodurch also die Puncte D, B, C und A festgelegt sind.

Anmerkung.

Wenn man, in A stehend, auf andre Gegenstände als F und E visiret und die Winkel, welche die visirten Linien mit irgend einer andern machen, anmerkt: so hat man dadurch den Vortheil daß man, wenn (nach der ersten Aufgabe) die Puncte F oder E, aus welchen nur drei von den Gegenständen A, B, C und D zu sehen sind, (unter welchen dreien aber das Object A immer mitbegriffen seyn muß) festgeleget worden, dieselben durch Hülfe gedachter Winkel und der visirten Linien AF und AE verificiren kann.

Staatl. Bibliothek Passau

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Tab. X. Fig. 39. §. 46. Bloß mit einer Mensul das Profil eines Berges aufzunehmen.

Auflösung.

Man stelle seinen Meßtisch auf diejenige Stelle des Gipfels des Berges in b, wo es möglich ist eine Horizontallinie von b, bis etwa nach a, zu haben. Von b aus stecke man zu beiden Seiten, in grader Linie, da wo an der Böschung des Berges merkliche Absätze sind, Stäbe; hier in 4, 3, 2 und 1 und in 5, 6, 7 und 8. Nachdem man im Allignement von 8 1, in b stehend, die Winkel ab1 und ab8 auf dem Meßtische verzeichnet, auch die Linie abgemessen, stelle man sein Instrument in a horizontal und visire nach b um es zu orientiren. Alsdann visire man nach den in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8 gesteckten Stäben und durchschneide die Linie 1, 8 in den gehörigen Puncten, wodurch man das ganze Dreieck a18 erhält. Hierauf stelle man das Tischlein vertical und visire nach allen benannten Puncten, um die spitzigen Verticalwinkel zu haben, welche die beiden visirten Linien, deren eine der horizontale Kathe-

tus

tus und deren andre die Hypothenuse des eingebildeten rechtwinklichten Dreiecks ist. Alsdann trage man nach einen 2 oder dreimal größern Maaßstabe,

das Maaß d. Linie ab fig. 39. aus a in b fig 40.
— — — a8 — — a in 8 —
— — — a7 — — a in 7 —
— — — a1 — — a in 1 — u. s. f.

Aus den dergestalt bezeichneten Puncten 8, 7, 1, ꝛc. der verlängerten Linie ab, lasse man senkrechte Linien herabfallen und seze an a (fig. 40.) die (auf dem Berge in a fig. 39.) gemessenen Vertikalwinkel, wie sie mit den Zahlen correspondiren; wodurch denn die gedachten senkrechten Linien durchschnitten und ihre Längen bestimmt werden. Nachdem ferner nach demselben Maaßstabe

die Linie b4 fig. 39. aus b in 4, fig. 41
— b3 — — b — 3, —
— b2 — — b — 2, — u. s. f.

getragen, auch aus den Puncten 4, 3, 2 ꝛc. die ihnen zugehörigen Perpendikularen gefället worden sind: kann man nach dem Augenmaße von einem Ende einer solchen senkrechten Linie, bis

zum andern, die Böschung des Berges verzeichnen, und dadurch einen Profil liefern, welches zwar nicht so richtig, als wie es mit einer Setzwage aufgenommen worden, aber doch einem nach den bloßen Augenmaaß aufgenommenem weit vorzuziehen ist.

Sechs und zwanzigste Aufgabe

Tab. VII. Fig. 27. §. 47. Wenn eine nach dem Umkreis in Felde gemessene Figur auf dem Papier nicht schliessen will, und der Fehler nur in einer Linie bestehet, die entweder im Felde beim Messen, oder aufm Papier zu kurz oder zu lang angenommen, wie dieser Fehler, gleich nach dem Auftragen, zu finden und zu verbessern sei.

Auflösung.

Diese Aufgabe kann auf eine dreifache Art aufgelöset werden und eine kann der andern zur Probe dienen.

1) Mit KI ziehe man die linie AG und mit IH die linie GF parallel und von gleicher länge, und fahre hiemit so lange fort, bis, wie hier der Endpunct einer dergestalt geführten Parallele in die Verlängerung der folgen-

folgenden Seite der Figur HE in F tritt. Hiedurch erfährt man, daß die Linie EH um die Länge FH zu kurz angenommen worden.

2) Will man aber die Operation von der andern Seite der Figur anfangen: so muß man kb mit AB, bc mit BC parallel und von gleicher Länge ziehen, und damit fortfahren bis der Endpunct e, der Linie de, sich in der Verlängerung der Seite HE (wie no. 1.) befinde. Wenn man mit gehöriger Genauigkeit verfahren hat: so muß die im ersten Fall durch die Buchstaben BBCDEFGA bezeichnete Figur, der durch kbcdeHIK in diesem Fall begrenzten, völlig gleich seyn.

3) Wenn die Linie Ak mit einer von den Seiten, als hier mit HE parallel ist: so zeiget solches an, daß HE um FH=AK zu kurz aufgetragen worden. S. Böhms Feldmeßkunst §. 65. n. 3. a.

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

§. 48. Wenn bei einer, nach dem Umkreise im Felde gemessenen Figur in einem

einzigen Winkel ein Fehler begangen worden, so daß dieselbe bei Auftragung aufm Papier nicht schließen will, wie man diesen Fehler sogleich finden und verbessern könne, ohne ihn erst lange im Felde suchen zu dürfen.

Auflösung.

Tab. VII. Fig. 28. Gesezt der Endpunct G habe sich mit dem Anfangspunct A nicht schließen wollen.

Man versuche mit einem eröfneten Zirkel in den Puncten C, D, E und F aus welchen von diesen man mit einerlei Eröfnung der Zirkelspitzen die Puncte A und G zugleich erreichen könne. In demjenigen Winkel, aus welchem dieß möglich, ist der gesuchte Fehler begangen [27]). Hier z. B. ist in dem Winkel E gefehlet worden, denn AE = EG. Man ziehe dahero, nachdem EA und EG punctirt gezogen, aus E mit dem Halbmesser FE den Bogen Fa, man trage ba aus F nach H, man ziehe EH und HA so ist der Fehler verbessert.

Be-

27) Ist die Figur sehr groß, so muß man sich eines Stangenzirkels bedienen.

Beweis.

Das Dreieck AHE = dem Dreieck EGF. Denn EF = EH und AE = EG, weil sie Halbmesser eines Kreises sind. ab = HF; bH = bH. Folglich bH + ab = bH + HF, folglich ist der Winkel aEH = dem Winkel bEF. Das Dreieck AHE ist also = dem Dreieck EGF. Man sieht also, daß der Winkel AEF um den Winkel AEG entweder zu groß gemessen, oder zu groß aufgetragen worden. Siehe Böhms Feldmeßk. §. 65. n. 3. b.

1. Anmerkung.

Zollmann meint (in seiner Geodäsie §. 144.) daß diese Aufgabe nur mit der Scheibe, aber mit keinem andern Instrument, aufzulösen sei; welcher Meinung auch der oft angeführte Böhm, (in seiner Feldmeßkunst pag. 87) beitritt. Aus dem eben gesagten wird man ersehen haben, daß solches mit dem Meßtische zu leisten wol möglich sey. Sollte etwa beim Messen aufm Tische nicht Raum genug seyn, so kann man nach gehöriger Zusammensetzung den Fehler suchen und verbessern.

2. Anmerkung.

Wenn man nach vorbeschriebener Art die Fehler aufm Papier gefunden: so thut man wohl auch im Felde die fehlerhaften Linien und Winkel von neuem nachzumessen und zu sehen ob es da auch so zutrift

damit man seiner Sache desto gewisser sey. Es ist aber zu bemerken, daß wenn in mehreren Linien oder Winkeln gefehlet worden, nichts andere übrig bleibe als die Figur, nach dem Umkreise im Felde, von neuem zu messen. Bei fehlerhaften Instrumenten oder bei nicht genugsam angewandten Fleiß muß man sich dieß schon gefallen lassen.

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Tab. XI. Fig. 42. §. 49. Ein Ravelin oder irgend einen andern Theil einer Festung durch Intersectionen aufzunehmen.

Auflösung.

Nachdem man aller Orten auf den Ravelin wo 2 linien einen Winkel machen, numerirte Stäbe [28]) ausgesteckt; daselbst einen Gehülfen mit einer Meßfahne zurückgelassen und eine der aufzunehmenden Face I. II. proportionirliche Standlinie cd abgemessen:

1) tra=

28) Diese Stäbchen können 2 Schuh lang, etwa aus einem Brette gespalten seyn. Um deutlicher zu wissen wo und wie viele Stäbe man ausstecken müsse, bedenke man, daß derselben so viele nöthig sind, als Löcher in einen Plan desselben Ravelins gestochen werden müßten, wenn man ihn durch Hülfe einer Copiernadel copiren wollte.

1) trage man nach einem verjüngten Maaßstabe, die Linie cd auf seinen in c stehenden Meßtisch.

2) Hierauf visire man nach der Fahne, welche an den mit No. 1. bezeichneten Stäbchen, von dem Gehülfen, angesezt ist, und ziehe längst der Facette der Visirregel mit dem Zirkelfuße (nicht mit einem Bleistift) eine Linie undeterminirt aus, welche man mit No. 1. am Ende bezeichnet.

3) In unverrückter Ordnung visire man dergestalt nach allen Stäben, oder vielmehr nach der, von einem Stäbchen zum andern, in unverrückter Ordnung der No. 5. angesezten Fahne und ziehe undeterminirte Linien, deren jede mit derselben No. bezeichnet wird die das Stäbchen hat. Von Zeit zu Zeit aber erkundige man sich, welches No. das Stäbchen habe, bei welchen der Gehülfe seine Fahne haltend, stehet, um zu sehen, ob man den unbestimmt ausgezogenen Linien auch die rechten Numeros beigelegt habe. Wenn nun auf die Weise alles so zutrift wie es soll und man

auch

auch auf andre Gegenstände, die zur Situation gehören und vorhero durch numerirte Stäbe gleichfals bezeichnet sind, visiret hat.

4) Begiebt man sich nach d um von da aus, durchs Visiren nach ebendenselben numerirten Stäben, (welches in gleicher Ordnung oder auch rückwärts geschehen kann) die vorigen Linien zu durchschneiden.

5) Wenn dieß geschehen, visire man nach den in III gesteckten Stäben, trage, so wie vorhin die Linie cd nach den verjüngten Maaßstab auf den Meßtisch;

6) begebe sich nach e, um Durchschnitte zu machen.

7) Von da auf den Wallgang, um daselbst nach der, am Fuße der inneren Böschung und in dem Punct, der sich mit den Kehlen schneidenden Capitale des Ravelins, stehenden Fahne in IV; überhaupt aber nach allen, nothwendig zu bezeichnenden, Objecten, die von außen nicht zu sehen waren, visiren, alsdann in g Durchschnitte machen und solchergestalt der gethanen

thanen Forderung ein Gnüge leisten zu können.

1. Anmerkung.

Um die Mensul auf dem Ravelin zu orientiren; stelle man sie in die Verlängerung einer Linie z. B. C 8 in den auf demselben bereits durchschnittenen Punct f. Weil dieser die Unbequemlichkeit hat daß man nicht um den Meßtisch ungehindert herumgehen kann, so messe man mit dem Fadenstock, im Allignement von c 8, einige Faden von f an, rück oder vorwärts, auf der Brustwehre, und mit dem verjüngten Maaßstabe auf dem Tischlein, ab, um auf diesen bequemern Stand sein Instrument zu stellen. Weil man in g, eben so wenig seine Mensul als in f, setzen kann, messe man gleicherweise mit dem Fadenstabe von g im Allignement von g d, einige Faden rückwärts, damit man wie vorher, seine Mensul feststellen könne. Sowol in diesen als in den vorigen Puncte versichere man sich durchs Zurückvisiren nach c, d oder e daß der Meßtisch richtig orientiret sey.

2. Anmerkung.

Weil diese, besonders in Schweden bei den Landmessern übliche, Meßart wenig Zeit erfordert und sehr genau ist: so kann man sie mit Recht allen andern vorziehen. Es ist ein Vergnügen zu sehen, wie einem ein Polygon unter den Händen auf der Mensul entsteht.

§. 50.

§. 50. Wenn man in dem Fall ist, gänzlich von Instrumenten entblößt, gleichwol einen Winkel ziemlich genau messen zu müssen: so bediene man sich folgender Methode. Auf jedem der Schenkel, die den begehrten Winkel einschließen, messe man 100 oder 200 Schritte und auch die Chorde ab. Verlangt man nicht die Anzahl der Grade zu kennen: so darf man nur die drei gemessenen Seiten mit dem Maaßstabe auftragen. Will man aber durchaus die Zahl der Grade wissen, so berechne man sie nach den Sinustafeln.

Wie der Radius oder Sinus totus 100 Schritte hält; so beträgt in den Chorden jeder Schritt ohngefehr 35 Minuten oder etwas mehr.

Will man aber den Winkel genauer kennen: so messe man mit einem in zehn gleiche Theile getheilten Fadenstock [29]) auf den Schenkeln des zu messenden Winkels 10mal hin, um einen Halbmesser von 1000 gleichen Theilen zu haben,

29) Jeder Theil muß wiederum in 10 Theile, also der ganze Fadenstock in 100 gleiche Theile getheilet seyn.

haben, deren jeder auf der Chorde nur 3 Minuten 30 Sekunden ausmacht, wodurch also der Winkel ziemlich genau gemessen wird.

Um schneller und weniger von den Krümmungen des Bodens gehindert, diese 1000 Theile abmessen zu können, lasse man sich zwei Stangen machen, deren jede so lang ist als 5 dergleichen Fadenstöcke und selbige durch eine starke eiserne Charniere verbinden.

Beschluß.

Vielleicht haben einige Leser erwartet, daß ich zum Beschlusse der praktischen Aufgaben eine fingirte Charte beifügen würde, in welcher, wo nicht alle, doch die meisten der bisher gegebenen Aufgaben auf besondere Fälle angewandt wären, und welche gleichsam zur Recapitulation des bisher gesagten dienen könnte. Weil aber eine solche mühsame Arbeit doch nur etwas Erzwungenes liefert, welches derjenige, der die vorigen Aufgaben wohl gefaßt, als überflüßig und langweilig übergeht, demjenigen aber, der sie entweder nicht verstanden oder vergessen, schlechterdings unverständlich bleibt: so habe

ich

ich durch Weglassung derselben mir beide Art Leser verbindlich zu machen geglaubt. Ueberhaupt ist die Anwendung von Aufgaben dieser Art so mannigfaltig, daß auch die größte Charte nur eine sehr geringe Anzahl von anwendbaren Fällen darstellen würde. Fleißige Liebhaber werden bei der Ausübung noch manche Vortheile theils bemerken, theils selbst entdecken und dadurch immer mehr überzeugt werden, daß man keine Ungerechtigkeit begehet, wenn man das coup d'oeil militaire bei Operationen dieser Art als unzuläßig und höchst unbefriedigend verwirft.

— — Si quid nouisti rectius illis
Candidus imperti — — —

Zusätze und Druckfehler.

Da ich an die drittehalbhundert Meilen von dem Druckort entfernt lebe; so konnten nachstehende Anmerkungen nicht mehr früh genug abgesandt werden. Diese Entfernung ist auch die Ursache der mancherley Verbesserungen und Druckfehler, welche der geneigte Leser nicht ungütig bemerken wird.

Seite 10 am Ende der Note hinzuzuthun:

Ein mit dem Hadleyschen Octanten angestellter Versuch, zu Lande Horizontale und Höhenwinkel zu messen, zeigte, daß man auch ohne Statif die horizontalen Winkel solcher Gegenstände, die nicht weit über oder unter dem Horizonte des Standpuncts des messenden sich befinden, geschwinde und ziemlich bequem, folglich auch zu Pferde, messen könne. Doch müßte zu einem solchen Gebrauche der Gradbogen und das ganze Werkzeug von Messing, nicht aber von Holz und der Halbmesser, der Bequemlichkeit wegen, nur von 7 Zoll seyn, damit man selbiges in einem behenden Futteral in einer Busentasche des Rocks tragen könne. Jedoch ist es zur Messung der Höhenwinkel aufm Felde nicht so bequem, weil man in dem Falle eine Schale, oder Theetasse mit Oel vor sich haben und sich so stellen muß, daß man das Bild des Gegenstandes, z. B. des Creutzes einer Thurmspitze oder der Sonne, in dem Spiegel des Oels sehen kann; wo man alsdann den Winkel vom Bilde bis zum Gegenstande selbst mißt, um das Doppelte des Höhenwinkels zu bekommen, welches man nur halbiren darf. Doch können Höhenwinkel über 45 Grad auf diese Art zu Lande nicht gemessen werden: es sei denn, daß man vorher sich einen Gegenstand schaffe, der beinahe 45 Grade über den Horizont ist. In welchem Fall man erstlich dessen und hierauf des andern Gegenstandes Höhe über densel-

denselben, jeden besonders, misset, den ersten alsdann halbiret und zu dem andern unhalbirten addiret, um die Höhe eines solchen Objects über den Horizont zu erforschen. Eben so müßte man bei Gegenständen verfahren, welche unter dem Horizonte sind, wo der erste halbirte Winkel von dem andern abzuziehen wäre. — — Will man aber zu mehrerer Gewißheit dieses Werkzeug auf einen horizontalgestellten Meßtisch stellen: so müsten auch die beiden Spiegel, wodurch die Stralen von den Objecten gebrochen ins Auge gebracht werden, weit höher, wie sonst zur See gebräuchlich, z. B. 3 Zoll hoch und in deren Mitte auf dem Glase ein senkrechter feiner Strich befindlich seyn, in welchem Striche, nach gehöriger Stellung, die beiden Gegenstände sich darstellen müsten, davon der eine in dem durchsichtigen Glase und der andere in dem gleich darunter befindlichen Spiegel, zu sehen wäre. Doch wäre dieß nur der Fall, wenn der eine Gegenstand des Winkels, rechter Hand, unter und der andre, linker Hand, über dem Horizont stände; wäre aber das Gegentheil: so müßte man das, dem durchs Löchlein sehenden Auge gegenüberstehende Glas, so halb Spiegel halb durchsichtiges Glas ist, verwechseln oder umkehren können, also daß der durchsichtige Theil unten und der Spiegel oben käme.

Die Beschreibung dieses Werkzeugs findet man unter andern 1) in **Joh. Hadley, Ritters, Beschreibung** eines von ihm neuerfundenen Instruments, Winkel zu messen. Aus dem Engl. 4. Augsburg. 2) **In G. Fr. Branders** Beschreibung des von ihm neuverfertigten Spiegelquadranten nach Hadleys Theorie, 8. Augsb. 3) In der Introduction pour se servir du Quadrant de Hadley, à Londres.

Seite 9.	Zeile	10.	statt, abgerichtetem, lies, abgerichteten.	
— 12.	—	12.	—	Folwid, l. Folard.
— 13.	—	6.	—	AB, l. A, B.
— —	—	15.	—	HAKT, l. HAKI.
— —	—	17.	—	FKC, l. IKC.
— —	—	19.	—	FC, l. IC.

Seite

Seite 15. Zeile 13. statt, §. 3. l. §. 2.

— — — 19. — einer, l. eine.

— 17. — 19. ist nach $ADC = 360^\circ - 2AGC$ hinzuzusetzen: Da der Umkreiswinkel AGC bereits an sich stumpf ist: so muß sein gedoppelt großer Centerwinkel, der mit ihm auf gleichen Bogen steht, auch mehr als 180° halten und dessen Differenz von 360° nothwendig der spitzige Winkel ADC seyn.

Seite 18. Zeile 19. hinzuzusetzen: Da in dem Dreieck FCD, aus den Seiten FC, CD und aus dem eingeschlossenen $\angle$ FCD der $\angle$ CFD gefunden wurde: so konnte man zugleich $\angle FDC = GAC$ finden, mithin wäre auch

$$GA = \frac{AC \times \text{sin. } GCA}{\text{sin. } AGC}$$ gewesen.

Seite 19. Zeile 13, 14. statt sin. x, lies, sin. x + u, und statt + lies $\times$.

Seite 21. Zeile 20. muß es heissen: Auch ist $\angle AED = \angle ACD$ und $\angle BEC = \angle CAD$. und hinzugesetzt werden: Man kann auch die Winkel BCD, CBD und die Linie BD suchen; denn diese Linie dienet zur Probe.

Seite 22. Zeile 1. statt, und deren, lies, und C, deren

— 23. — 1. — ADF, l. ADB.

— — — 18. — Linie, l. Linien.

— 25. — 11. — $= \angle$ HIB lies, $= \angle$ AIB.

— 26. — 16. muß P weggestrichen werden.

— 27. — 5. der Anmerk. statt auch, l. auf.

— 28. — 7. muß §. 17. ausgestrichen werden.

— 29. — 15, 16. müssen die Worte: nachdem man GF in die Hälfte getheilet, ausgestrichen werden.

Denn dieß findet nur dann Statt, wenn die beiden Halbmesser GB, FB einander gleich sind; die senkrechte Linie BD kann auch außerhalb GF fallen, wie unten zu sehn seyn wird.

Seite

Rechnung, auch den andern Katheten nach Fuß und Zoll bekommen. Auf die Weise kann man aus einem Standpuncte rund herum viele andre Puncte nivelliren ohne von der Stelle zu gehen. Die berechneten Fuße und Zolle trägt man in Zahlen auf den Situationsplan dahin wo es nöthig ist, nachdem man die Höhe von dem Axenstrich des Fernrohrs an, bis zur Erde (ein Standpunct) wird dazu addiret haben. Ist die Höhe des Standpuncts von einem nahe gelegenen stillstehenden Wasser abnivelliret: so wird solche auch in Rechnung gebracht.

Seite 91. Zeile 6. statt, HCD, l. HCd.

— — — 28. — Verstenlange, l. Werstenlange.

— 94. — 7. — D, l. d.

— — — 8. — d, l. E.

— 97. — 17. ist hinzuzusetzen: Um noch geschwinder fortzukommen, ist es nicht nöthig alle Längen aneinander, wie oben erwähnt worden, ununterbrochen zu messen. Der Ingenieur, welcher den Weg aufträgt, kann zuweilen das Linienmessen aussetzen, eine Strecke Weges geschwinde fortreiten, alsdann sein Instrument niedersetzen und am Wege einen Standpunct (aus 2 oder 3 auf beiden Seiten des Weges sichtbaren und vorhin durchschnittenen, mithin bekannten, Puncten) suchen, den dazwischen gelegenen ungemessenen Theil des Weges nach Augenmaaß verzeichnen und sodann vorwärts auf beiden Seiten auf neue Gegenstände visiren. Wenn er dieß wird zweimal gethan haben: so werden die neuen Objecte durchschnitten und zum Suchen neuer Standpuncte zu gebrauchen seyn. Geht aber dieß nicht mehr an: so kann er wieder eine Strecke mit aneinander hängenden Linien messen, so wie Anfangs gezeiget worden. Auf die Art können auch forcirte Märsche aufgenommen, krumme Wege aber mit einem Wagenrade, an welchem ein Viatorium, oder Schrittzähler angebracht worden, gemessen werden.

Seite 98. Zeile 14. statt, §. 58. l. §. 43.

— — — 16 und Zeile 24. statt, §. 10. l. §. 7.

— 102. — 3. statt, wie, l. wenn.

— — — 6. — aufgenommenem, l. aufgenommenen.

— 107. — 14. muß die 5 weggestrichen werden.

— 108. — 11. soll es heissen: visire man nach den in der andern Face II, III, gesteckten Nummerstäben, trage (so wie vorhin die Linie cd) auch die visirte und gemessene Linie de nach dem verjüngten Maaßstabe auf die Mensul.

Seite 110. Zeile 9. soll es heissen: mit dem Maaßstabe etliche mal vergrößert auftragen, damit die Winkel desto richtiger zu Papier kommen.

Seite 110. Zeile 13. statt, Wie, l. Wenn.

Auf den Kupfertafeln ist zu verbessern.

Tab. I. Fig. 1. In der Linie AC, nicht weit von C, wo der Kreis HAMI dieselbe durchschneidet, und wo der aus B gezogene Halbmesser die Linie berührt, muß der Buchstabe K, und da wo die senkrechte aus E auf AB fället, der Buchstabe o gesetzt werden, der Buchstabe x am Ende der Tangenten von B und C aus, muß recht ausgedruckt werden.

Tab. I. Fig. 3. müssen die punctirten Linien AE, CF gezogen werden.

Tab. I. Fig. 4. Fehlt gleichfalls die punctirte Linie CF.

Tab. II. Fig. 5. Muß da wo die verlängerte Linie GH den Bogen erreicht, der Buchstabe I gesetzet werden.

Tab. II.

Tab. II. Fig. 7. Muß bey I der Buchstabe E gesetzt, und die Linie CE punctirt ausgezogen werden.

Tab. III. Fig. 10. Müssen die Linien AB, BC auf gleiche Art wie AC ausgezogen werden.

Tab. IV. Fig. 14. Ist die punktirte Linie GD nicht gezogen.

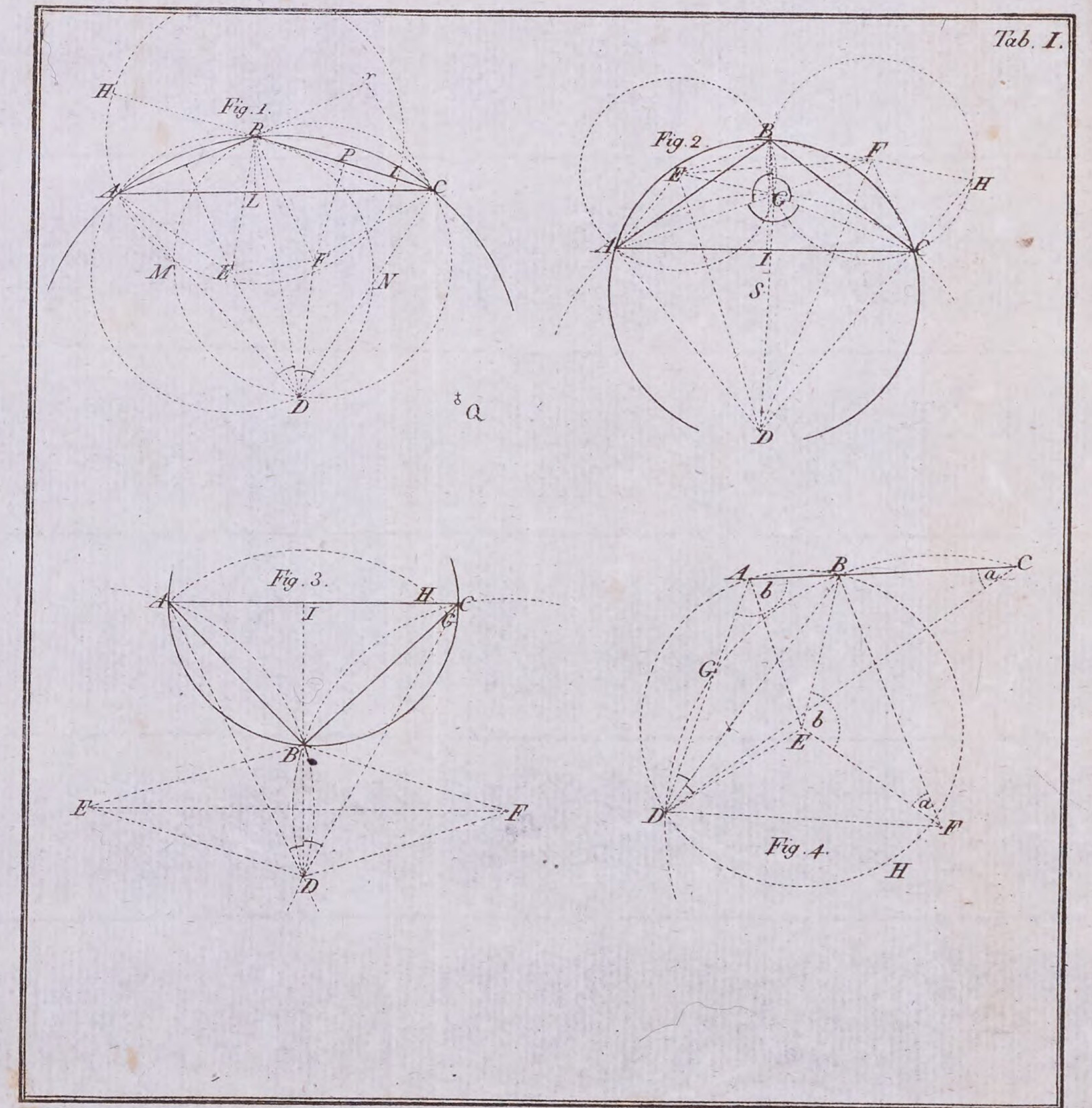
Tab. IV. Fig. 15. Muß gleichfalls die Linie AHK punktirt ausgezogen werden.

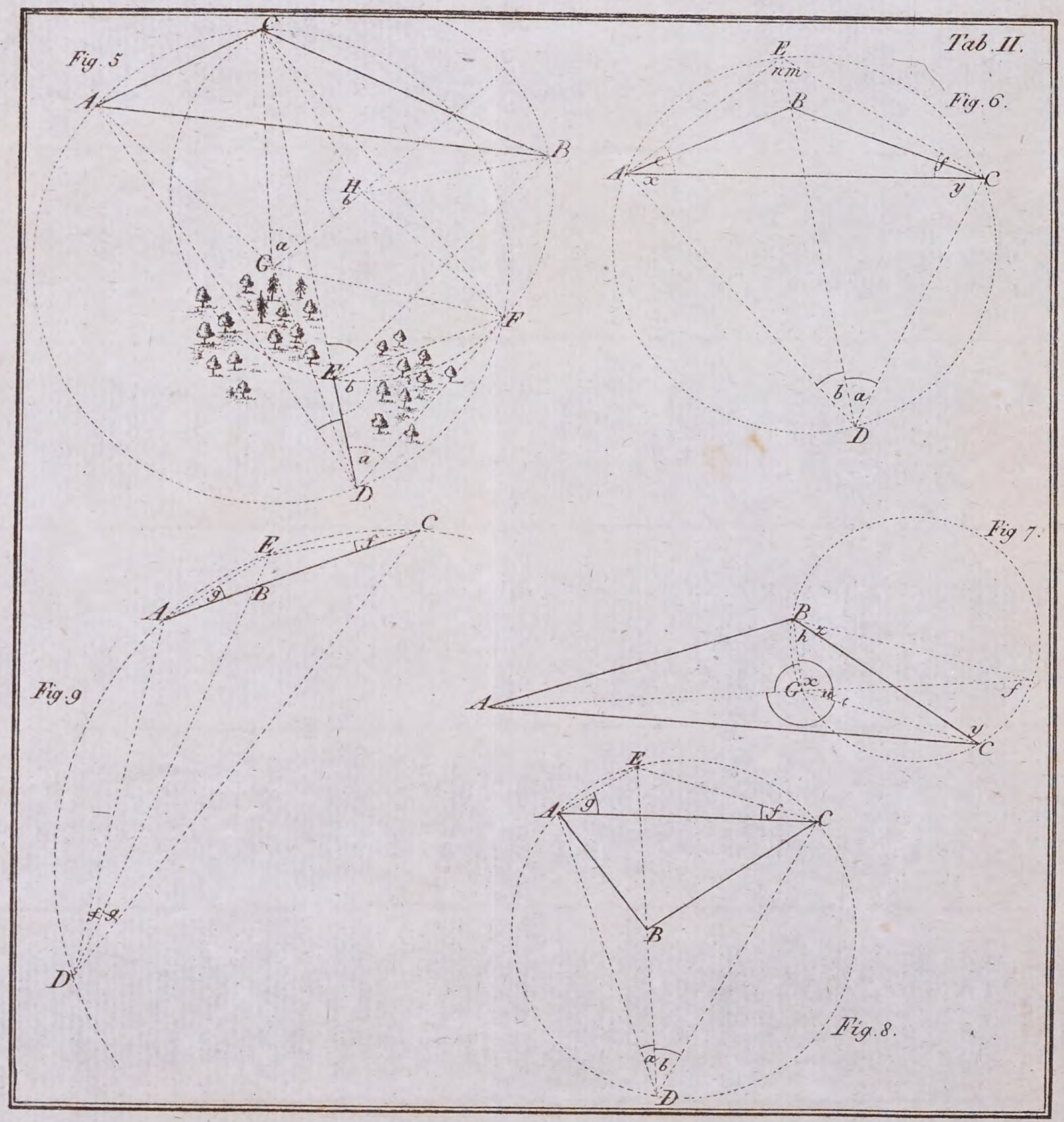
Tab. IV. Fig. 17. Fehlt zwischen den Punkten C, D, am Ende der kleinen ausgezogenen Linie der Buchstabe C.

Tab. IV. Fig. 18. In der Verlängerung AEDC gegenüber 2, 3, setze man 6.

Tab. V. Fig. 21. Die Linie DE muß nicht punktirt sondern ganz ausgezogen werden.

Staatl. Bibliothek Passau


Tab. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.


Tab. II.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9

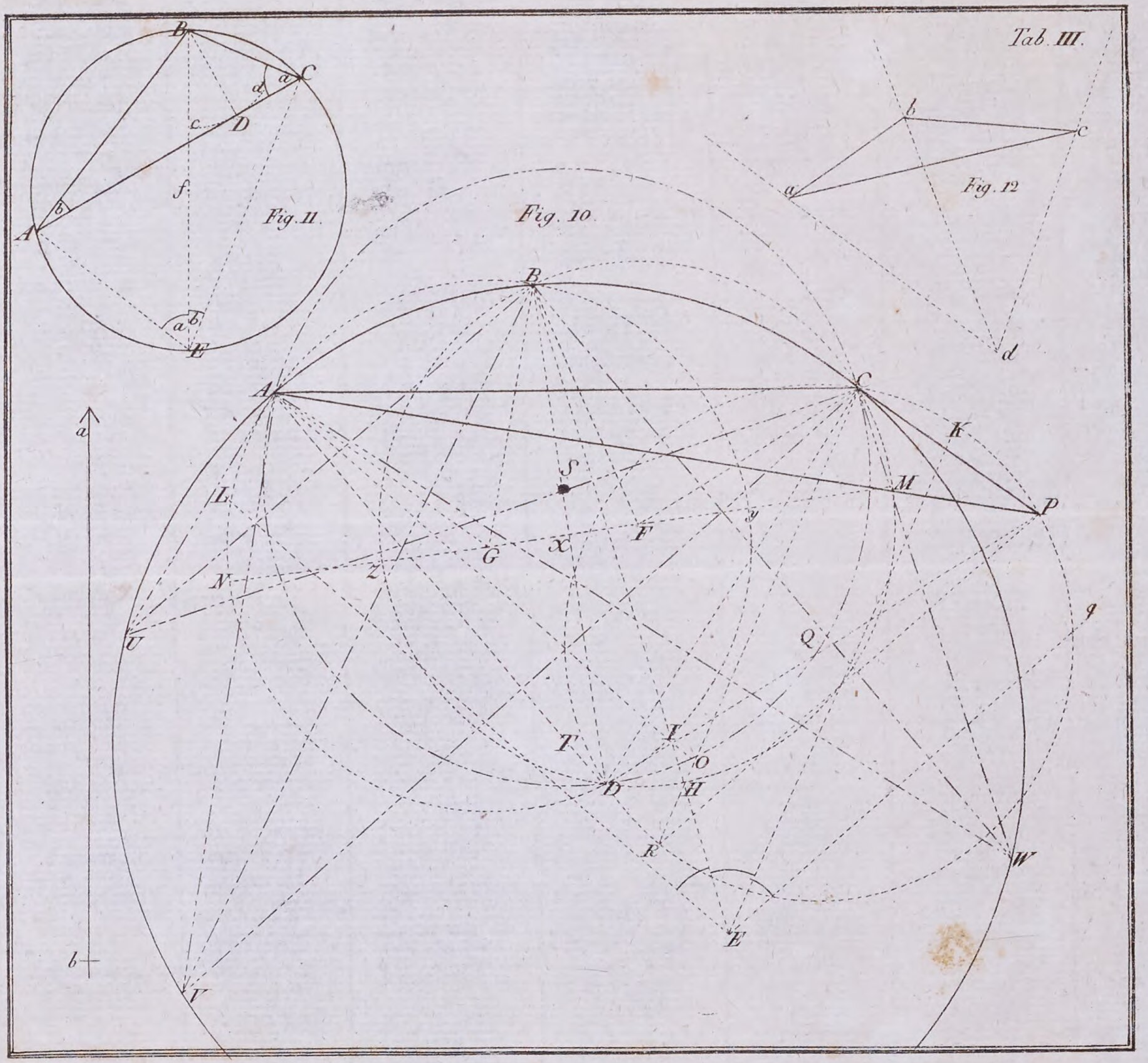
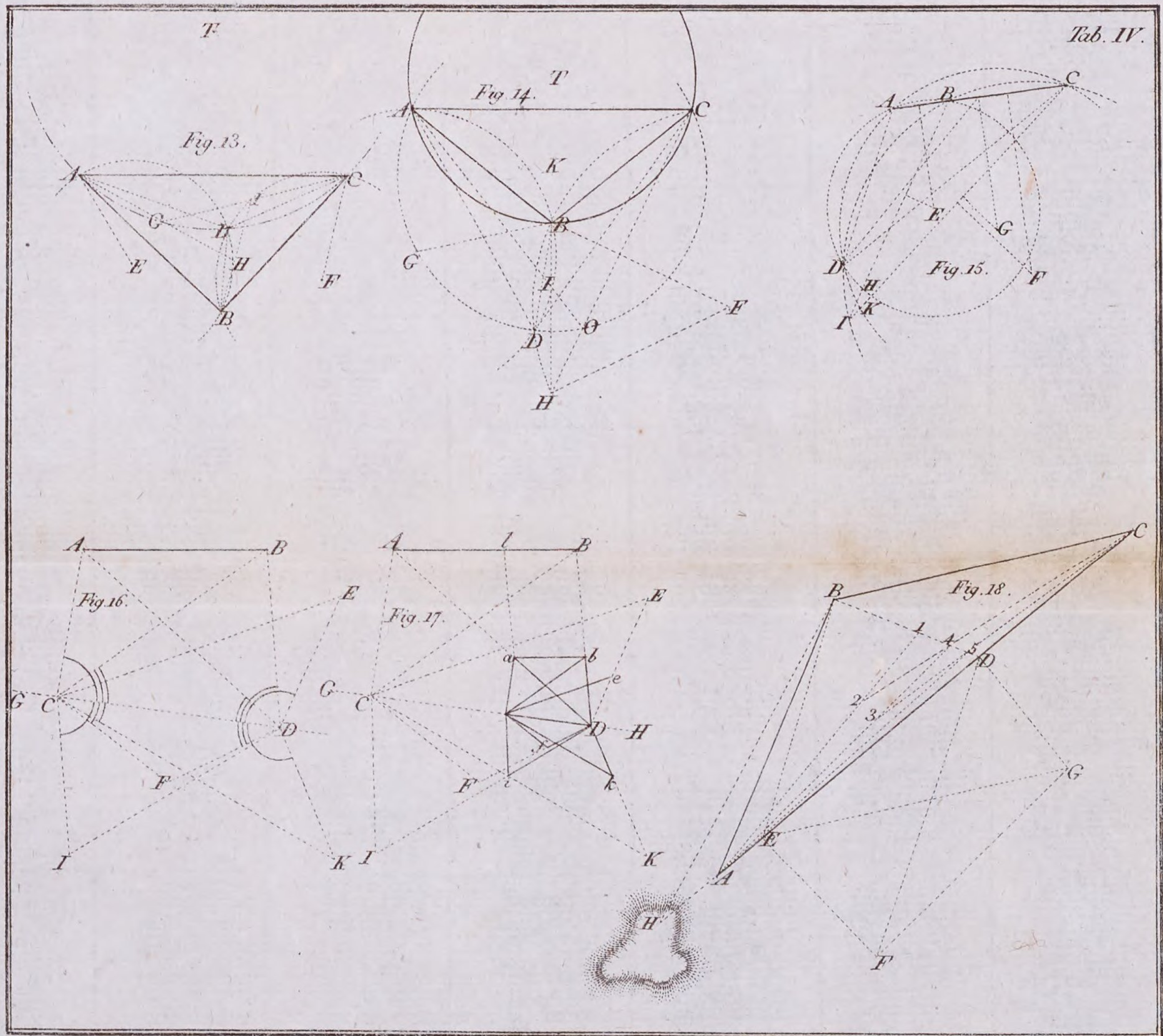


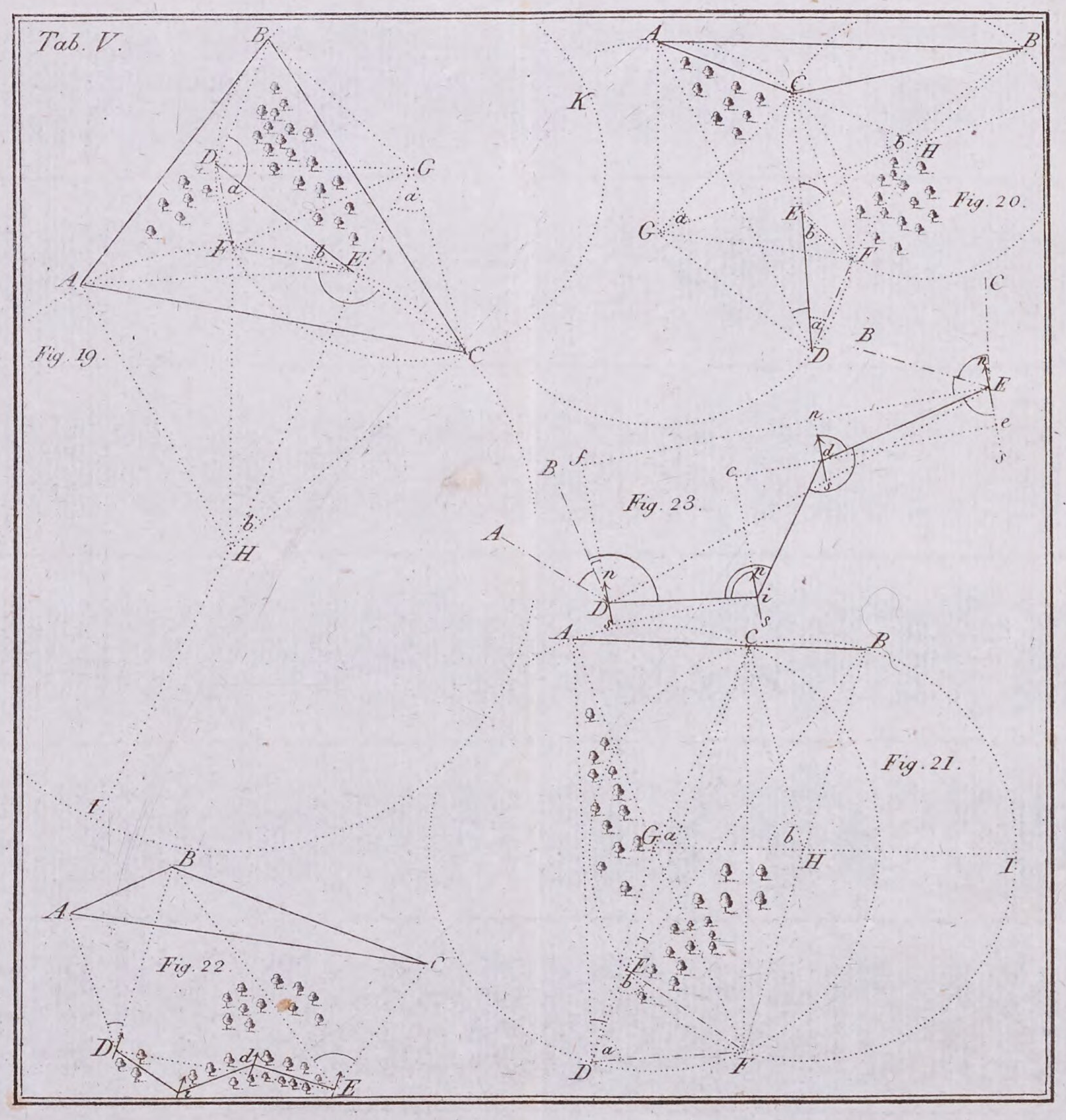
Fig. 10.

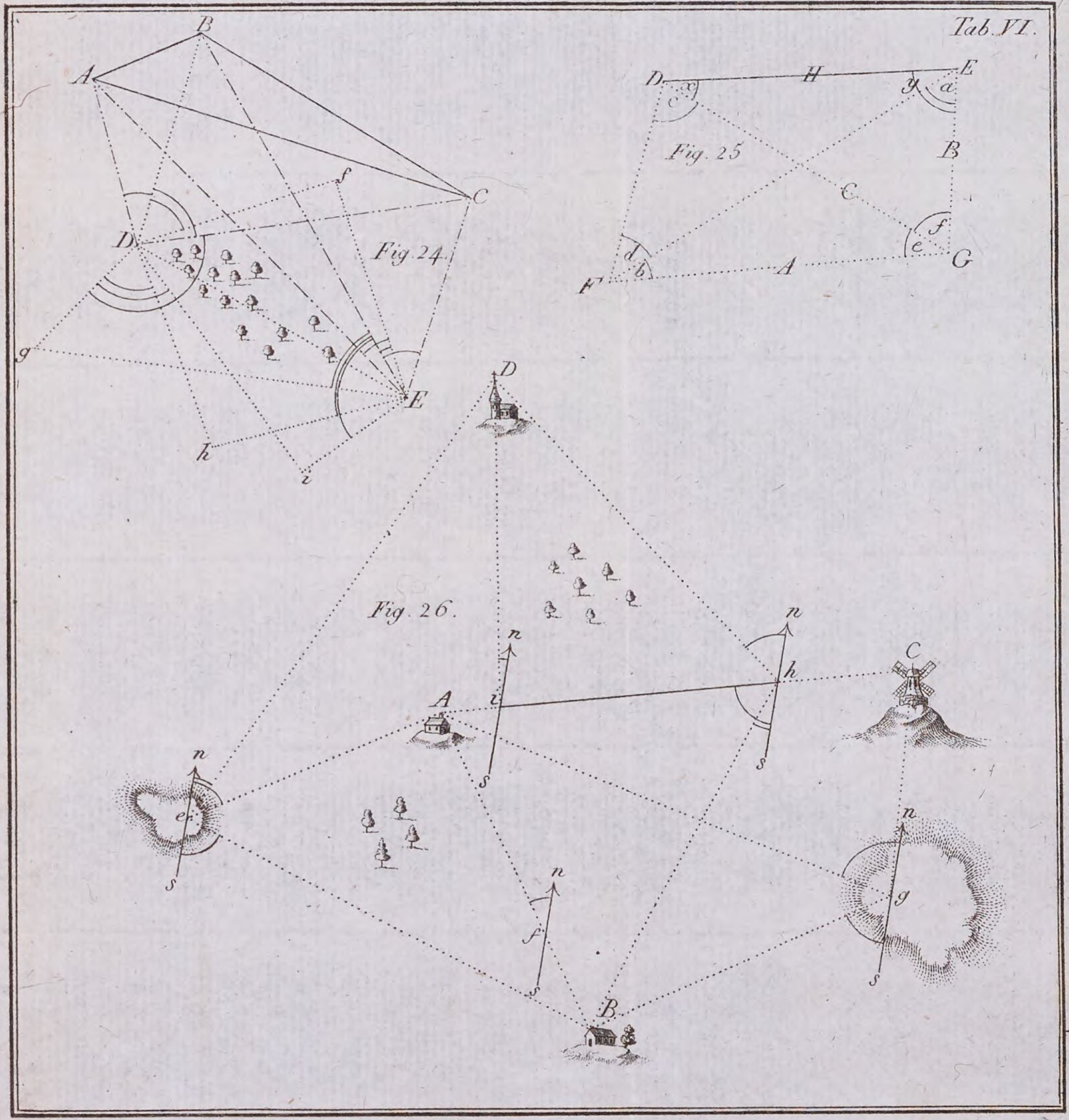
Fig. 11.

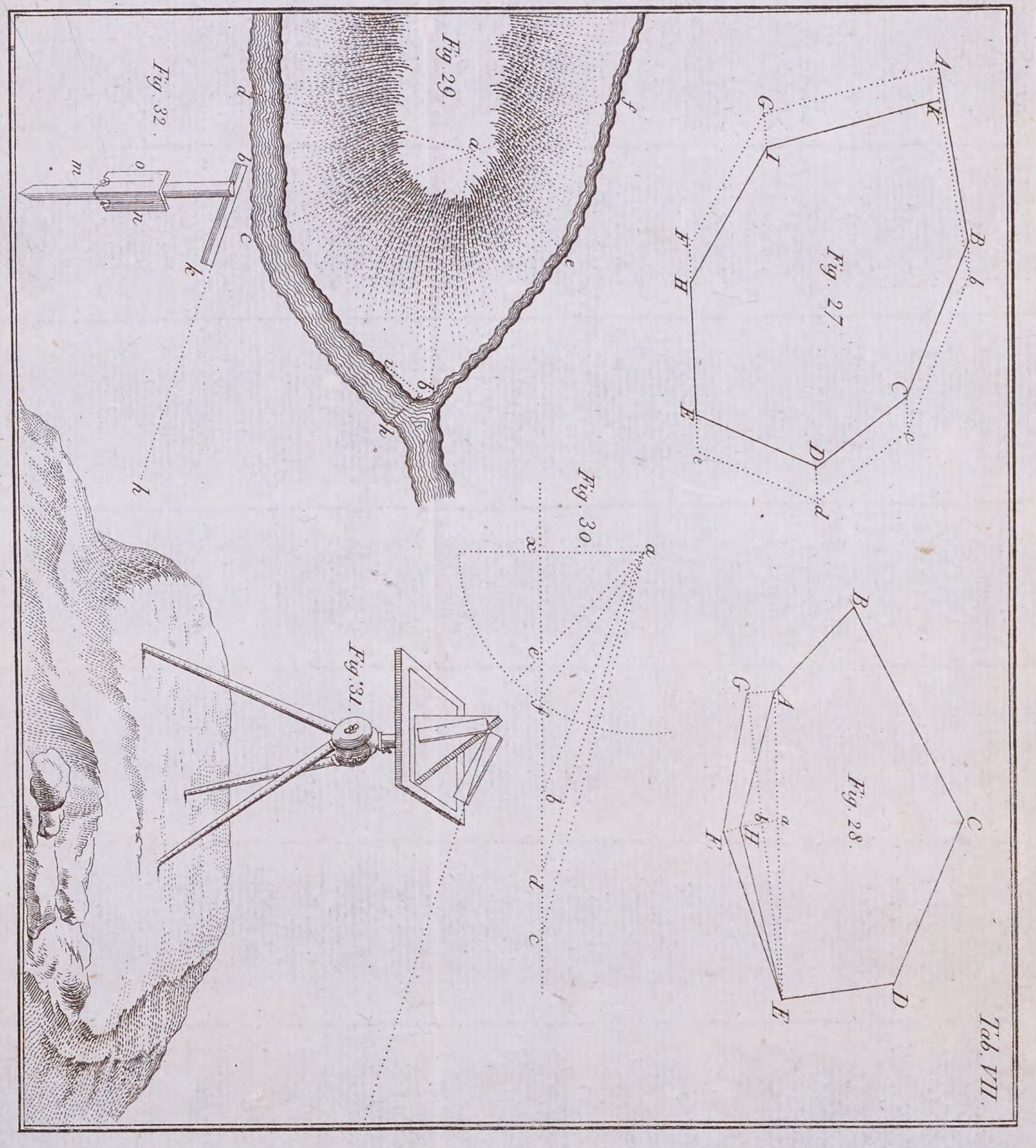
Fig. 12.

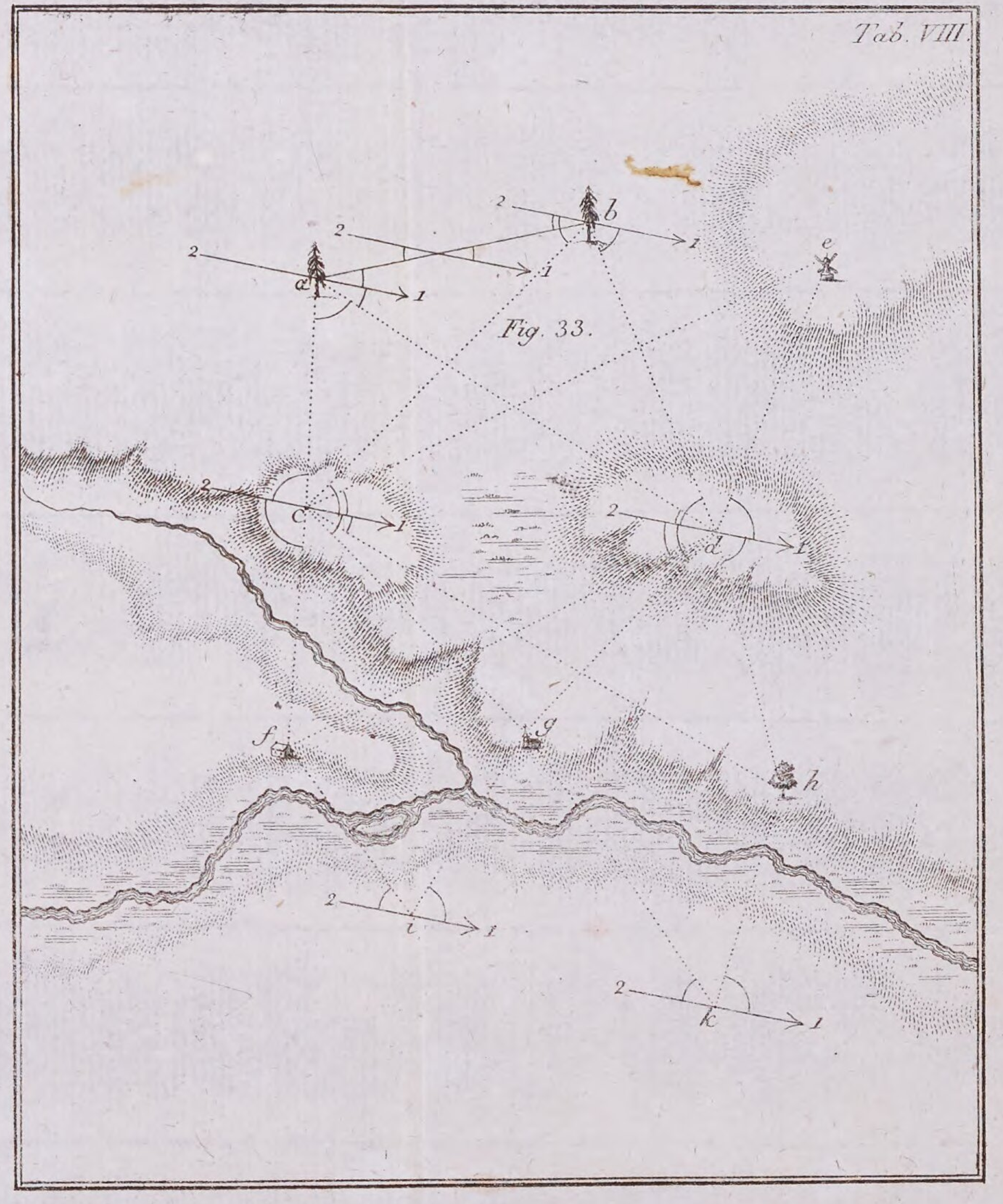
Tab. IV.

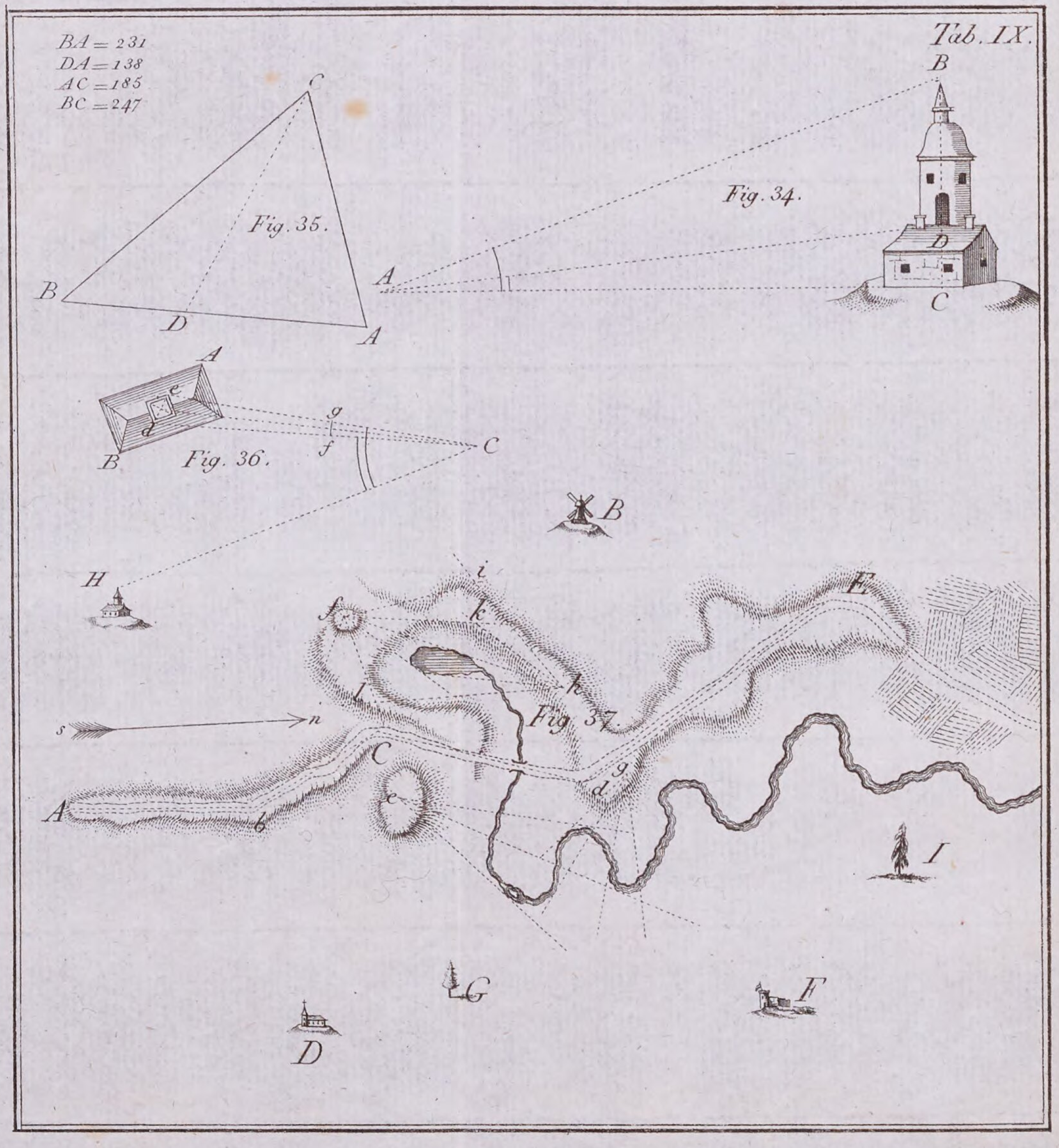



Tab. V.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.


Tab. VI.
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26.


Tab. VII.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.


Tab. VIII.
Fig. 33.


Tab. IX.
BA = 231
DA = 138
AC = 185
BC = 247
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.

Tab. X.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.

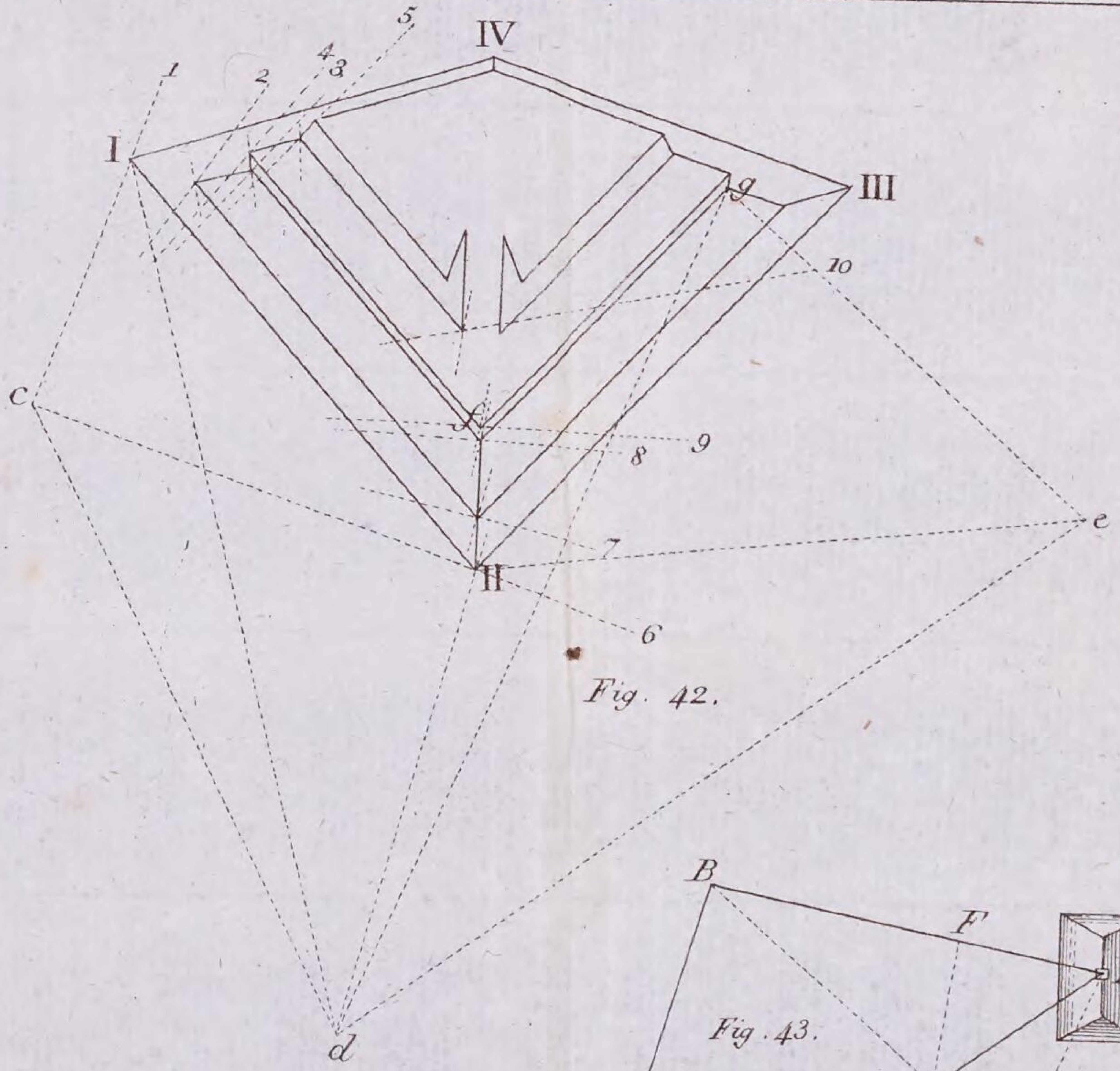


Fig. 42.

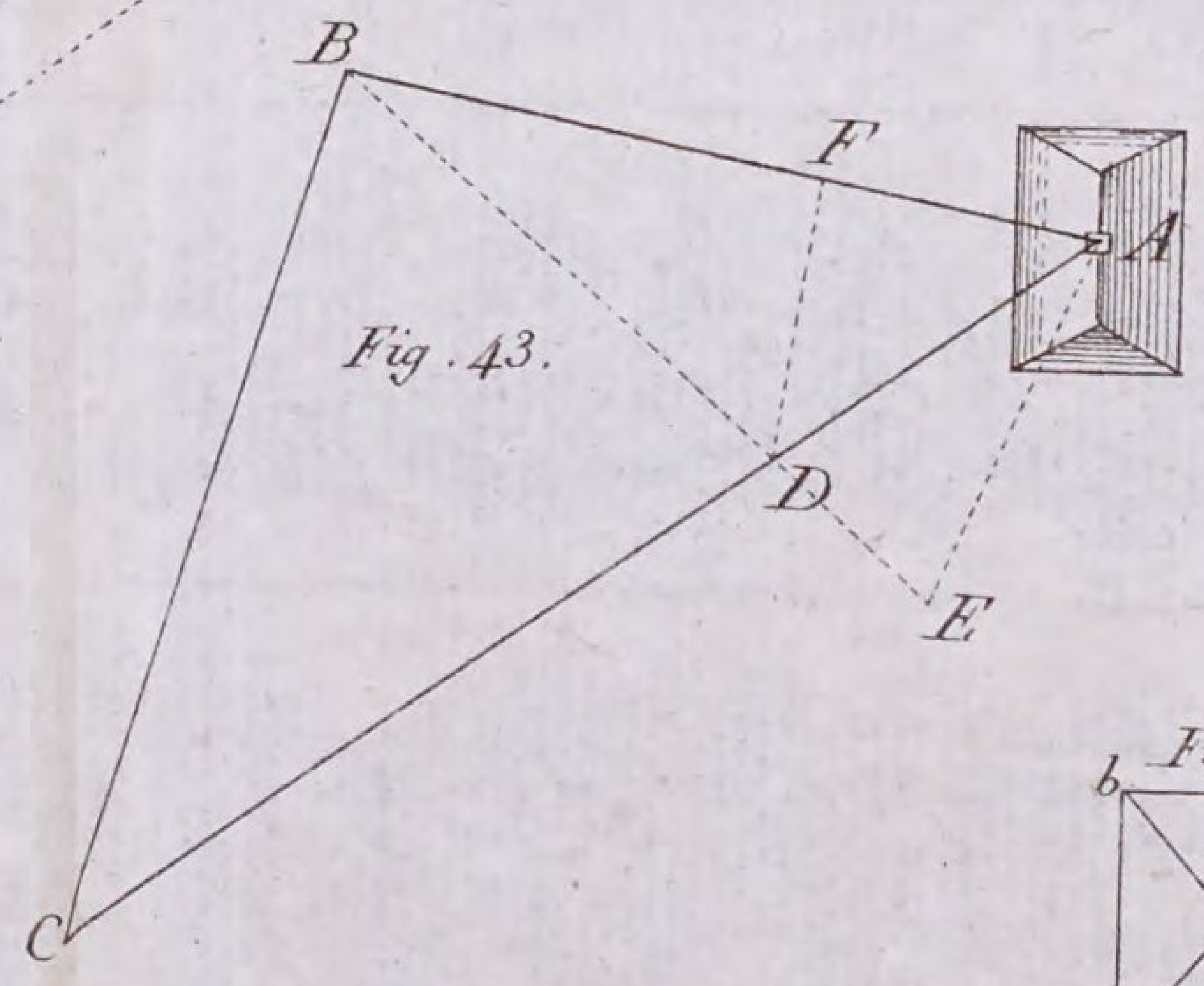
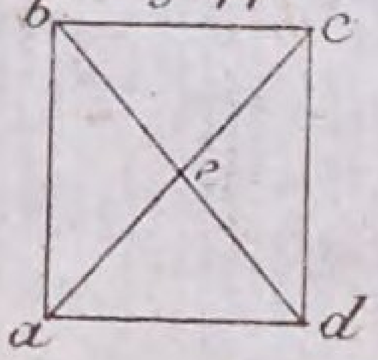


Fig. 43.

Fig. 44.



Staatl. Bibliothek
Passau

OS

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Sege von Laurenberg, Siegmund

Versuch eines geometrischen Augenmaasses oder Sammlung einiger geometrischen Aufgaben, die sowol bei geographischen und topographischen Vermessungen ganzer Länder und Provinzen, als auch bei kleinen Situationen angewendet werden können

Riga 1785

Passau, Staatliche Bibliothek -- S nv/OS 694
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11346330-9
VD18 1253806X-001